ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

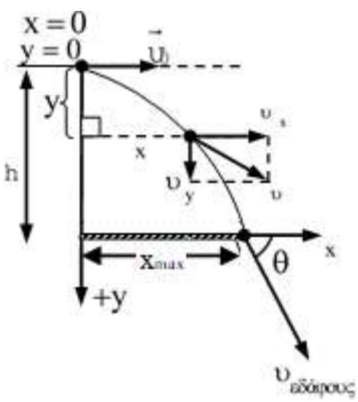
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ, ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ & ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Σε όλα τα θέματα θεωρούμε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

1. Να διατυπώσετε την αρχή της επαλληλίας (υπέρθεσης) και να την εφαρμόσετε στη μελέτη της οριζόντιας βολής.
   Απάντηση

"Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία".

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης, μετά από χρόνο t, γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοιχα, που θα είχε το κινητό, αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και επί χρόνο t.



▪**Στον άξονα x΄x** :$\Sigma F_x = 0 \rightarrow$ ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

$$\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon_0 = \sigma\tau\alpha\theta. \\ x = \upsilon_0 \cdot t \end{cases}$$

▪**Στον άξονα y΄y** :$\Sigma F_y = mg \rightarrow$ ελεύθερη πτώση

$$\begin{cases} \upsilon_y = g \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases}$$

▪**Ταχύτητα σημείου :**

$$\upsilon = \sqrt{{\upsilon_x}^2 + {\upsilon_y}^2} = \sqrt{{\upsilon_0}^2 + g^2t^2}, \text{με διεύθυνση } \varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}$$

2. Στην οριζόντια βολή σφαιριδίου από ύψος h με ταχύτητα μέτρου υ_0, αποδείξτε ότι:

   α. το βεληνεκές δίνεται από τη σχέση $x_{max} = \upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

   β. η ταχύτητα με την οποία σώμα φτάνει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}$ με διεύθυνση $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\sqrt{2gh}}{\upsilon_0}$, όπου θ η γωνία της με τον ορίζοντα του τόπου.

   γ. η τροχιά που διαγράφει το σφαιρίδιο είναι παραβολική.
   Απάντηση

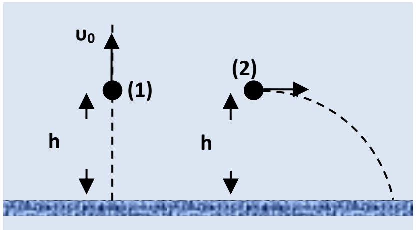
α.Χρόνος πτώσης : $y = h \Longrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Βεληνεκές : $x_{max} = \upsilon_0 \cdot t_1 = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$

β. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x{}^2 + \upsilon_y{}^2} = \sqrt{\upsilon_0{}^2 + g^2 t^2} =, \sqrt{\upsilon_0{}^2 + g^2 \sqrt{\frac{2h}{g}}^2} = \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}$

με διεύθυνση $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{g t_1}{\upsilon_0} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{\sqrt{2gh}}{\upsilon_0}$,

3. Από ύψος h ρίχνουμε σφαιρίδιο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ και την ίδια στιγμή αφήνουμε σφαιρίδιο (2) να πέσει ελεύθερα από το ίδιο ύψος.



Να δείξετε ότι:

α. σε κάθε στιγμή της κίνησής τους οι θέσεις τους θα απέχουν το ίδιο από το έδαφος,

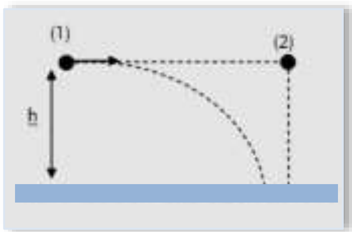
β. θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος,

γ. το σώμα (1) θα φτάσει στο έδαφος με μεγαλύτερο μέτρο ταχύτητας από το σώμα (2).

Απάντηση

α. Το σφαιρίδιο (1) κάνει οριζόντια βολή και το σφαιρίδιο (2) ελεύθερη πτώση. Επομένως στον άξονα y΄y και για τα δύο σώματα $y = \frac{1}{2} g t^2$. Επομένως στον ίδιο χρόνο t θα έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση y και θα απέχουν και τα δύο h – y από το έδαφος.

β. $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Longrightarrow$ (χρόνος πτώσης για $y = h)$, $t_{\pi\tau} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ο ίδιος χρόνος αφού το h είναι ίδιο.



γ.

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ 1: \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (g t_{\pi\tau})^2} \\ \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ 2: \upsilon_2 = g t_{\pi\tau.} \end{array}\right\} \Rightarrow \upsilon_1 > \upsilon_2$$

4. Από το ίδιο ύψος h βάλλουμε με ταχύτητα $\overrightarrow{\upsilon_0}$ κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα (1) και ταυτόχρονα οριζόντια με ταχύτητα $\overrightarrow{\upsilon_0}$ σώμα (2), της ίδιας μάζας με το σώμα 1.

Α. Αν υ_1 και υ_2 είναι τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες θα φτάσουν αντίστοιχα στο έδαφος τότε:

α. $\upsilon_1 > \upsilon_2$ **β.** $\upsilon_1 = \upsilon_2$ **γ.** $\upsilon_1 < \upsilon_2$

Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

Β. Το έργο του βάρους από τη θέση της εκτόξευσης μέχρι να φτάσουν στο έδαφος:

α. είναι μεγαλύτερο για το σώμα 1.
β. είναι το ίδιο.
γ. είναι μεγαλύτερο για το σώμα 2.
Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

Απάντηση

Α. ΑΔΜΕ:

$$K_{αρχ.} + U_{αρχ.} = K_{τελ} + U_{τελ}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + +2gh}$$

(Ως τελική θέση θεωρούμε τη θέση που φτάνουν στο ύψος του εδάφους)

Αφού έχουν το ίδιο μέτρο και το ίδιο ύψος h θα είναι: $\upsilon_1 = \upsilon_2 \rightarrow (\beta)$

Β. $W_B = +mgh \rightarrow \text{το ίδιο } (\beta)$

5. Ένα σώμα ρίχνεται οριζόντια από ύψος h = 320m από το έδαφος με ταχύτητα υ_o = 60m/s. Να βρείτε για το σώμα:
α. τον ολικό χρόνο της κίνησής του.
β. το βεληνεκές του.
γ. την ταχύτητά του όταν χτυπάει στο έδαφος.
δ. την επιτάχυνση του μέτρο και κατεύθυνση.
ε. να βρεθεί η εξίσωση τροχιάς του σώματος.
στ .Σε ποια χρονική στιγμή η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με την δυναμική (K=U);Δίνεται g = 10m/s^2 .

Απάντηση

α. $t_{πτώσης} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 8\sec$

β. $x_{max} = u_0 \cdot t_{πτ} = 480m$

γ. $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (g \cdot t_{πτ})^2} \overset{SI}{=} \sqrt{60^2 + 80^2} = 100\, m/s$

με διεύθυνση (με τον ορίζοντα. $εφθ = \frac{u_y}{u_x} = \frac{gt_{πτ}}{u_0} = \frac{4}{3}$

δ. $\alpha = g = 10\frac{m}{s^2}$ με διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα κάτω.

ε. $x = u_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u_0}$

και

$\upsilon = \frac{1}{2}g \cdot t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{{u_0}^2} \overset{SI}{\Rightarrow} y = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{x^2}{60^2} \Rightarrow y = \frac{x^2}{720}$ (παραβολική τροχιά)

στ . ΑΔΜΕ: $K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = 2U_{τελ}$ (γιατί $K_{τελ}=U_{τελ}$)$\Leftrightarrow$
$1/2\, m\upsilon_o^2 + mgh = 2mgh_1 \Leftrightarrow$
$\upsilon_o^2 + 2gh = 4g\, h_1 \Rightarrow h_1 = 250m.$

Τότε $y=h-h_1=70m$ και $y=1/2\ gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{14}$ sec.

6. Ένα μικρό σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h =20m πάνω από το έδαφος με αρχική ταχύτητα $υ_o$ = 10m/s. Να βρεθούν:
α. ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στο έδαφος.
β. η οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος.
γ. σε ποια χρονική στιγμή το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας θα είναι ίσο με το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της;
δ. να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή t=1sec.
στ. Σε ποια χρονική στιγμή K=3U;

Δίνεται g = 10m/s^2.

Απάντηση

α. $t_{πτ} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 2\sec$

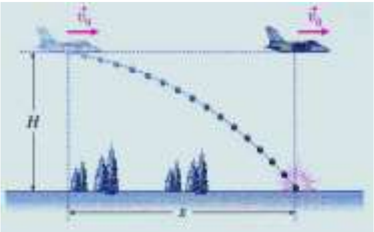
β. $x_{max} = υ_0 \cdot t_{πτ} = 20m$

γ. Θέλουμε $υ_x = υ_y \Leftrightarrow υ_0 = gt \Leftrightarrow t = \dfrac{υ_0}{g} = 1\sec < t_{πτώσης}$, άρα γίνεται δεκτός

δ. $υ = \sqrt{υ_x{}^2 + υ_y{}^2} \overset{(\text{από γ ερώτημα})}{=} \sqrt{2υ_x{}^2} = υ_0\sqrt{2} = 10\sqrt{2}\dfrac{m}{s}$

στ. ΑΔΜΕ: $K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow$
$K_{αρχ} + U_{αρχ} = 4U_{τελ}$ (γιατί $K_{τελ}=3U_{τελ}$)$\Leftrightarrow$
$1/2\ mυ_o{}^2 + mgh = 8mgh_1 \Leftrightarrow$
$υ_o{}^2 + 2gh = 8g\,h_1 \Rightarrow h_1 = 25/4$ m.
Τότε $y=h-h_1=55/4$ m και $y=1/2\ gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{11/2}$ sec.

7. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος H = 320m από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $υ_o$ = 100m/s. Από το αεροπλάνο αφήνεται μια βόμβα. Να βρείτε :
α. τη θέση του αεροπλάνου όταν η βόμβα χτυπήσει στο έδαφος.
β. την οριζόντια μετατόπιση της βόμβας μέχρι να φτάσει στο έδαφος.
γ. τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της βόμβας τη στιγμή που αφέθηκε και τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος , εάν η μάζα της βόμβας είναι 5kg.



δ. σε ποιο ύψος από το έδαφος βρίσκεται η βόμβα την χρονική στιγμή t=4s.
ε. Να βρείτε τον λόγο K/U τη στιγμή t_1=2s. Θεωρήστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ,το οριζόντιο επίπεδο του εδάφους.
στ. Εάν τη στιγμή που αφήνεται η βόμβα, σε σημείο του εδάφους που είναι στην ίδια κατακόρυφη με τη βόμβα αρχίζει ένα σώμα να κινείται με σταθερή επιτάχυνση, προς την ίδια κατεύθυνση (κατά μήκος του εδάφους), τότε βρείτε την επιτάχυνση του σώματος ώστε η βόμβα να πέσει 96m πίσω από το σώμα.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

α. Η βόμβα κάνει οριζόντια βολή, επομένως στον οριζόντιο άξονα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $\upsilon_x = \upsilon_0$. Το αεροπλάνο **ταυτόχρονα** κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα υ_0. Επομένως, διανύουν την **ίδια** οριζόντια απόσταση x, με αποτέλεσμα όταν η βόμβα φτάσει στο έδαφος το αεροπλάνο να βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη θέση (ακριβώς από πάνω), όπως φαίνεται στο σχήμα της εκφώνησης.

β. $t_{\pi\tau\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 8\sec$,επομένως το βεληνεκές είναι $x_{max} = \upsilon_0 \cdot t_{\pi\tau} = 800m$

γ. $\frac{dK}{dt} = \vec{\Sigma F} \cdot \vec{\upsilon}$,επειδή τη στιγμή που αφέθηκε $\vec{\Sigma F} \perp \vec{\upsilon}$ είναι $\frac{dK}{dt}$ =0 τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος $\frac{dK}{dt}$ $=mg\upsilon_y = mggt = mg^2t = 5\cdot 10^2\cdot 8 = 4.000$ J/s.

δ. Ύψος από το έδαφος: $H - y = H - \frac{1}{2}gt_{\pi\tau}^2 = 240m$

ε. Για $t=t_1$ είναι

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2t^2} = \sqrt{100^2 + 10^2 \cdot 2} = \sqrt{10.400}$(SI).

Επίσης $y_1 = 1/2\ gt_1^{\ 2} \Longrightarrow y_1 = 1/2\cdot 10\cdot 2^2 = 20m$ και

$h_1 = h - y_1 = 320 - 20 = 300m$.

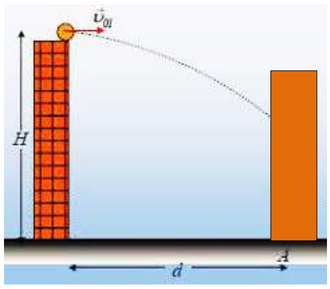
Αφού $K = 1/2m\upsilon^2$ και $U = mgh_1$,

θα είναι $\frac{K}{U} = \upsilon^2/2gh = 10.400/2\cdot 10\cdot 300 = 104/60 = 26/15$.

στ. Η απόσταση που θα διανύσει το σώμα θα είναι $\Delta x = x_{max} + 96m = 896m$.

Τότε $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \Longrightarrow a = \frac{2\cdot 896}{64} = 28m/s^2$.

8. Ο δρόμος που χωρίζει δύο πολυκατοικίες έχει πλάτος d=25m. Μια μπάλα ρίχνεται οριζόντια από την άκρη της ταράτσας με ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$.



α. Πόσο χρόνο θα κάνει η μπάλα για να φτάσει στην απέναντι πολυκατοικία;

β. Πόσο πιο χαμηλά από την ταράτσα που ρίχτηκε θα χτυπήσει η μπάλα στην απέναντι πολυκατοικία;

γ. Ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας με το οποίο η μπάλα θα συγκρουστεί με την απέναντι πολυκατοικία;

δ. Όταν το σώμα έχει διανύσει οριζόντια το 1/5 της απόστασης d, βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας καθώς και τον ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας. Δίνεται m=0,2kg. Θεωρήστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ,το οριζόντιο επίπεδο του εδάφους.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

α. Όταν φτάσει στην απέναντι πολυκατοικία θα έχει οριζόντια διανύσει απόσταση

$x = d = 25m$

$$x = u_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u_0} = 2{,}5\sec$$

β. $y = \frac{1}{2}gt^2 = 31{,}25m$

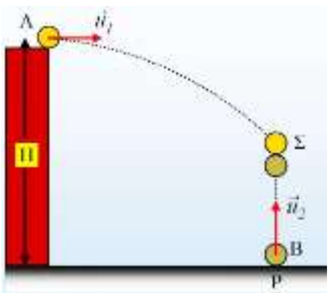
γ. $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (g \cdot t)^2} \overset{SI}{=} \sqrt{725} = 5\sqrt{29}\, m/s$

δ. $x = \upsilon_0 \cdot t \Leftrightarrow d/5 = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow t = 1/2$ sec. Τότε $\upsilon_y = g \cdot t = 5m/s$.

$\frac{dK}{dt} = \overrightarrow{\Sigma F} \cdot \vec{\upsilon} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon_y = mg \cdot \upsilon_y = 10 J/s$.

Επειδή E=K+U=σταθερή$\Leftrightarrow \frac{dU}{dt} = -\frac{dK}{dt} \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -10 J/s$.

9. Δύο φίλοι, ο Γιάννης και ο Κώστας κρατούν στα χέρια τους δύο μικρές μπάλες. Ο Γιάννης βρίσκεται στην ταράτσα ενός κτηρίου ύψους H=30m, ενώ ο Κώστας στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση d από τη βάση του κτηρίου. Κάποια στιγμή πετάνε ταυτόχρονα τις μπάλες, ο Γιάννης οριζόντια και ο Κώστας κατακόρυφα προς τα επάνω, με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα $\upsilon_0 = 20m/s$. Οι δύο μπάλες συγκρούονται στον αέρα. Εάν η κατακόρυφη απόσταση των θέσεων εκτόξευσης είναι 30m και η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα να βρείτε:



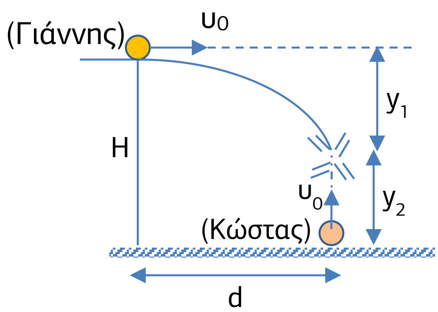
α. τη χρονική στιγμή της σύγκρουσης.

β. τα μέτρα των ταχυτήτων τη στιγμή της σύγκρουσης.

γ. την οριζόντια απόσταση d.

δ. Εάν τη στιγμή της συνάντησης οι αντίστοιχες κινητικές ενέργειες των σωμάτων είναι K_1 και K_2 και ο λόγος τους είναι $K_1/K_2=2$, βρείτε τη σχέση των μαζών τους. Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση



α. Όταν συγκρουστούν:

$$y_1 + y_2 = H \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}gt^2 + u_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = H \Leftrightarrow$$

$$u_0 t = H \Leftrightarrow t = \frac{H}{u_0} = 1{,}5\sec$$

β. $u_1 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (g \cdot t)^2} \overset{SI}{=} \sqrt{625} = 25\, m/s$

$u_2 = u_0 - gt = 5\, m/s$

γ. $d = x = u_0 \cdot t = 30m$

δ. $K_1/K_2 = 2 \Leftrightarrow K_1 = 2 \cdot K_2 \Leftrightarrow$

$1/2\, m_1 \upsilon_1^{\,2} = 2 \cdot 1/2\, m_2 \upsilon_2^{\,2} \Leftrightarrow$

$m_1 \cdot 25^2 = 2 \cdot m_2 \cdot 5^2 \Leftrightarrow m_1 \cdot 25 = 2 \cdot m_2 \Leftrightarrow m_1 / m_2 = 2/25$.

10. Να ορίσετε την ομαλή κυκλική κίνηση.
Να ορίσετε τα παρακάτω μεγέθη και να αναφέρετε τις μονάδες τους στο SI:
α. περίοδος Τ, **β.** συχνότητα f,
γ. γραμμική ταχύτητα υ, **δ.** γωνιακή ταχύτητα ω,
ε. κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ, **στ.** κεντρομόλος δύναμη F_κ..
Ποια από τα παρακάτω μεγέθη παραμένουν σταθερά στην ομαλή κυκλική κίνηση;
Ποια από αυτά διατηρούν σταθερό το μέτρο τους;

Απάντηση

Βλέπε σχολικό βιβλίο.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση παραμένουν σταθερά τα μεγέθη:

α. περίοδος Τ,

β. συχνότητα f,

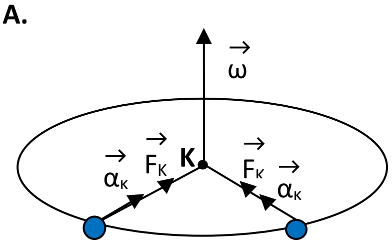
γ. γωνιακή ταχύτητα ω.

Τα μεγέθη υ, α_κ, και F_κ διατηρούν σταθερό μέτρο αλλά αλλάζει η διεύθυνσή τους.

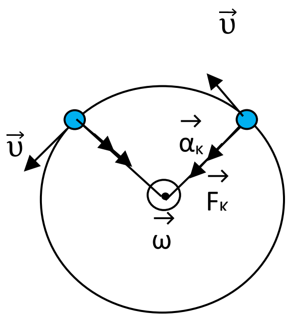
11. Σε καθεμιά από τις θέσεις (1) και (2) από τις οποίες διέρχεται το σφαιρίδιο που κινείται κυκλικά, σχεδιάστε τα μεγέθη: $\vec{\omega}$, $\vec{\alpha}_\kappa$, $\vec{F}_\kappa$.

Απάντηση

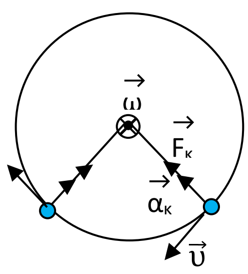
Α.



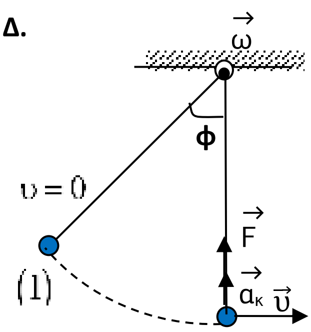
Β.



Γ.

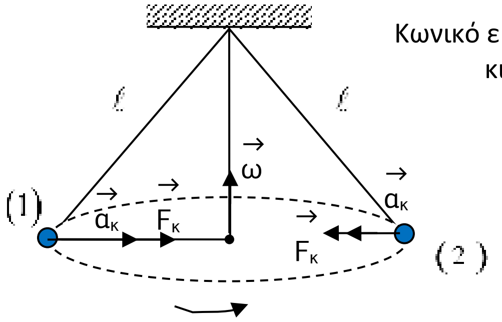


Δ.



Στη θέση (1)
$\upsilon=0 \rightarrow \alpha_\kappa=0$ και
$F_\kappa=0$

Ε.



Κωνικό εκκρεμές στο οποίο το σφαιρίδιο κινείται αριστερόστροφα.

12. Η κεντρομόλος δύναμη:

Α. **α.** είναι δύναμη επαφής;
β. είναι δύναμη που δρα εξ' αποστάσεως;
γ. μπορεί να είναι επαφής, εξ' αποστάσεως ή συνδυασμός τους;

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε την.

Β. Δεν παράγει έργο, γιατί;

Απάντηση

Α. Η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα που κινείται κυκλικά, πάνω στη διεύθυνσης της ακτίνας, με φορά προς το κέντρο της τροχιάς. Επομένως, σωστή είναι η (γ..

Β. $W_{F_\kappa} = 0$, γιατί είναι διαρκώς κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση.

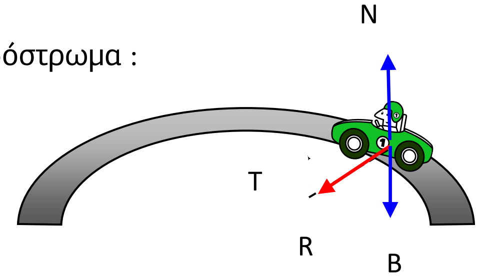
13. Πως δημιουργείται η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη κατά την κυκλική κίνηση ενός αυτοκινήτου

α. σε οριζόντιο οδόστρωμα ,

β. σε υπερυψωμένο λείο οδόστρωμα ;

Απάντηση

α. Στροφή σε οριζόντιο οδόστρωμα :



Στο αυτοκίνητο ασκούνται οι εξής δυνάμεις :

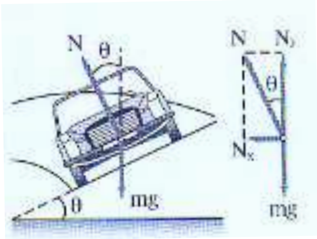
i) Το βάρος του $\vec{B}$
ii) Η κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}$ και

iii) Η δύναμη της στατικής τριβής $\vec{T}_{στ}$.
Στον κατακόρυφο άξονα το αυτοκίνητο ισορροπεί . Επομένως θα έχουμε :

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B = mg$

Η στατική τριβή που ασκείται μεταξύ του λάστιχου και του οδοστρώματος αποτελεί την αναγκαία κεντρομόλο δύναμη .

β. Στροφή σε λείο υπερυψωμένο οδόστρωμα :



Στο αυτοκίνητο ασκούνται οι εξής δυνάμεις :

i) Το βάρος του $\vec{B}$

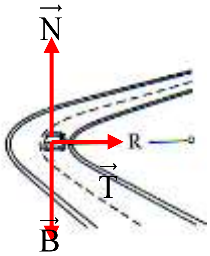
ii) Η κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}$

Στην περίπτωση αυτή το ρόλο της απαραίτητης κεντρομόλου δύναμης, για να εκτελέσει το αυτοκίνητο την οριζόντια στροφή, τον παίζει η συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{B}$ και $\vec{N}$.

14.Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να έχει ένα αυτοκίνητο για να κινηθεί σε οριζόντια στροφή ακτίνας R=50m, αν ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στα λάστιχα και το δρόμο είναι μ=0,8. Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

Στην περίπτωση αυτή όπως είδαμε και στη θεωρία , το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης παίζει η στατική τριβή που ασκείται μεταξύ οδοστρώματος και λάστιχων του αυτοκινήτου και έχει ακτινική διεύθυνση . Άρα εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής θα



έχουμε :

$\Sigma F_R = ma_κ \Rightarrow T = \dfrac{mυ^2}{R}$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B = 0 \Rightarrow N = B = mg$ (2)

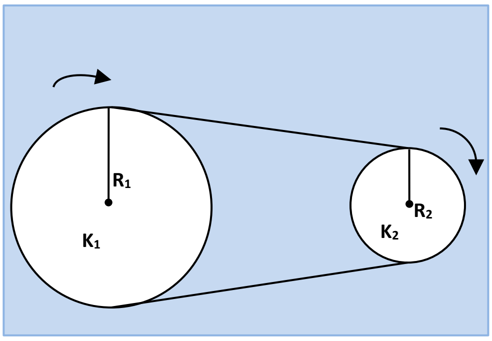
Αντικαθιστούμε τις σχέσεις (1) και (2) στο νόμο της τριβής

και έχουμε :

$T = \mu N \Rightarrow \dfrac{mυ^2}{R} = \mu N = \mu mg \Rightarrow υ_{max} = \sqrt{\mu g R} = 20m/s$

15. Οι τροχοί του σχήματος στρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες που περνούν από τα κέντρα τους και οι περιφέρειές τους έχουν τυλιγμένο αβαρές μη εκτατό τεντωμένο νήμα που δεν ολισθαίνει σ' αυτές.

Αν $R_1 = 2R_2$ να βρείτε τους λόγους:



α. $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, όπου υ_1 και υ_2 τα μέτρα των γραμμικών ταχυτήτων των σημείων των περιφερειών των δύο τροχών,

β. $\frac{\omega_1}{\omega_2}$, όπου ω_1 και ω_2 τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων των δύο τροχών,

γ. $\frac{f_1}{f_2}$, όπου f_1 και f_2 οι συχνότητες περιστροφής των τροχών,

δ. $\frac{\alpha_{\kappa_1}}{\alpha_{\kappa_2}}$, όπου α_{κ_1} και α_{κ_2} τα μέτρα των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σημείων των περιφερειών των δύο τροχών.

ε. $\frac{N_1}{N_2}$, όπου N_1 και N_2 οι αριθμοί των περιστροφών που κάνουν οι δύο τροχοί στον ίδιο χρόνο.

Θεωρήστε ότι τα σημεία των περιφερειών των τροχών κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση.

Απάντηση

α. Εφόσον το νήμα είναι μη εκτατό όλα του τα σημεία έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Εφόσον δεν ολισθαίνει στις περιφέρειες των τροχών το μέτρο της ταχύτητας του νήματος ισούται με το μέτρο των γραμμικών ταχυτήτων στις περιφέρειες των τροχών.

Επομένως: $\upsilon_1 = \upsilon_2 \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$

β. Είναι $\upsilon_1 = \upsilon_2 \Leftrightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \Leftrightarrow \omega_1 \cdot 2R_2 = \omega_2 R_2 \Leftrightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$

γ. Αφού $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2\pi f_1}{2\pi f_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2}$

δ. $\frac{\alpha_{\kappa_1}}{\alpha_{\kappa_2}} = \frac{\frac{\upsilon_1^2}{R_1}}{\frac{\upsilon_2^2}{R_2}} = \frac{\upsilon_1^2 \cdot R_2}{\upsilon_2^2 \cdot R_1} = \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 \cdot \frac{R_2}{2R_1} = \frac{1}{2}$

ε. Αφού $\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\frac{N_1}{\Delta t}}{\frac{N_2}{\Delta t}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2}$

16. Αν ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού έχει διπλάσιο μήκος από τον ωροδείκτη του, τότε δείξτε ότι ο λόγος των μέτρων των κεντρομόλων επιταχύνσεων των άκρων των αντίστοιχων δεικτών είναι: $\frac{\alpha_{\kappa_\lambda}}{\alpha_{\kappa_{\omega\rho}}} = 288$.

Απάντηση
Είναι:

$$a_k = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\frac{a_{k\lambda}}{\alpha_{k_{\omega\rho}}} = \frac{\omega_\lambda^2 \cdot R_\lambda}{\omega_{\omega\rho}^2 \cdot R_{\omega\rho}} = \left(\frac{\frac{2\pi}{T_\lambda}}{\frac{2\pi}{T_{\omega\rho}}}\right)^2 \cdot \frac{R_\lambda}{R_{\omega\rho}} =$$

$$\left(\frac{T_{\omega\rho}}{T_\lambda}\right)^2 \cdot \frac{R_\lambda}{R_{\omega\rho}} = \left(\frac{12h}{1h}\right)^2 \cdot \frac{2R_\lambda}{R_\lambda} =$$

$$= 144 \cdot 2 = 288$$

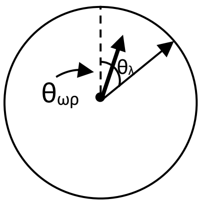
17. Ένα ρολόι δείχνει 12 ακριβώς. Σε πόση ώρα ο ωροδείκτης με τον λεπτοδείκτη θα σχηματίζουν γωνία 30°;

α. $\frac{1}{11}\mathrm{h}$ **β.** $\frac{1}{4}\mathrm{h}$ **γ.** $\frac{1}{10}\mathrm{h}$

Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

Απάντηση

Έστω θ_λ και $\theta_{\omega\rho}$ οι επίκεντρες γωνίες που έχουν διαγράψει ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης αντίστοιχα, σε χρόνο t.



Επειδή $\omega = \frac{\theta}{t} \Leftrightarrow \theta = \omega t$.

Θέλουμε: $\theta_\lambda - \theta_{\omega\rho} = \frac{\pi}{6}$ $\left(30^o \rightarrow \frac{\pi}{6} rad\right)$

$$\omega_\lambda \cdot t - \omega_{\omega\rho} \cdot t = \frac{\pi}{6}$$

$$t = \frac{\pi}{6 \cdot (\omega_\lambda - \omega_{\omega\rho})}, \ \acute{o}\pi o \upsilon \ \omega_{\omega\rho} = \frac{2\pi}{T_{\omega\rho}} = \frac{2\pi}{12}\frac{rad}{h} = \frac{\pi}{6} rad/h$$

$$\omega_\lambda = \frac{2\pi}{T_\lambda} = \frac{2\pi}{1}\frac{rad}{h} = 2\pi \ rad/s$$

Επομένως: $t=\frac{\pi}{6\cdot\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{\pi}{6\cdot\frac{11\pi}{6}}=\frac{1}{11}h\rightarrow(\alpha)$

18. Στην περιφέρεια κυκλικού δρόμου ακτίνας $\mathrm{R}=\frac{160}{\pi}\mathrm{m}$ κινούνται δύο σώματα με σταθερά μέτρα γραμμικών ταχυτήτων $\upsilon_1=12\mathrm{m/s}$ και $\upsilon_2=20\mathrm{m/s}$ αντίστοιχα. Αν μετρήσουμε τον χρόνο από τη στιγμή που τα σώματα έχουν συναντηθεί, τότε θα ξανασυναντηθούν σε χρόνο:

α. 10 sec αν έχουν αντίθετες φορές κίνησης.
β. 40 sec αν έχουν την ίδια φορά κίνησης.
Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παραπάνω προτάσεις αιτιολογώντας πλήρως τον χαρακτηρισμό τους.

Απάντηση

Εάν S_1 και S_2 είναι τα μήκη των τόξων που θα διαγράψουν τα σώματα 1 και 2 αντίστοιχα, σε χρόνο t τότε:

$S_1=\upsilon_1 t=12t$ (SI)

$S_2=\upsilon_2 t=20t$ (SI)

α. Αν έχουν αντίθετες φορές κίνησης:

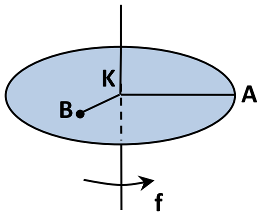
$$S_1+S_2=2\pi R\Leftrightarrow 32t=2\pi\frac{160}{\pi}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 32t=320\Leftrightarrow t=10\sec\rightarrow \text{Σωστό}$$

β. Αν έχουν την ίδια φορά κίνησης:

$$S_2-S_1=2\pi R\Leftrightarrow 8t=320\Leftrightarrow t=40\sec\rightarrow \text{Σωστό}$$

19. Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του Κ. Αν Α είναι ένα σημείο της περιφέρειας του δίσκου και Β ένα εσωτερικό του σημείο που απέχει από τον άξονα $\frac{\mathrm{R}}{2}$ (δηλαδή βρίσκεται στο μέσο μιας ακτίνας), τότε για τα σημεία αυτά βρείτε τους λόγους:



α. $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}$, όπου υ_A και υ_B είναι τα μέτρα των γραμμικών τους ταχυτήτων,

β. $\frac{\alpha_{K_A}}{\alpha_{K_B}}$, όπου α_{K_A} και α_{K_B} είναι τα μέτρα των κεντρομόλων τους επιταχύνσεων.

Απάντηση

Όλα τα σημεία του δίσκου, που είναι έξω από τον άξονα έχουν ακτίνες που διαγράφουν στον ίδιο χρόνο τις ίδιες επίκεντρες γωνίες,

επομένως $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, ίδια για όλα.

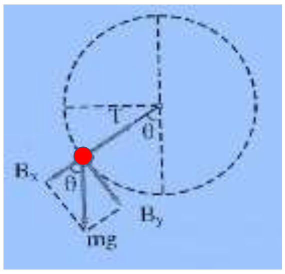
α. $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \frac{\omega R_A}{\omega R_B} = \frac{R}{\frac{R}{2}} = 2$

β. $a_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R$, επομένως $\frac{a_{k_A}}{\alpha_{k_B}} = \frac{\omega^2 \cdot R_A}{\omega^2 \cdot R_B} = \frac{R}{\frac{R}{2}} = 2$.

20. Σώμα μάζας m=2kg είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους ℓ =1m και κινείται σε κατακόρυφο κύκλο ακτίνας R= ℓ =1m. Τη στιγμή που το νήμα σχηματίζει γωνία θ=60° με την κατακόρυφο, το νήμα έχει ταχύτητα υ=4m/s. Να υπολογιστεί η τάση του νήματος σ' αυτή τη θέση . Δίνεται g = 10m/s^2 .

Απάντηση

Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος του $\vec{B}$ και η τάση $\vec{T}$ του νήματος. Αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες :



B_x = Βσυνθ στην ακτινική διεύθυνση και τη B_y= Βημθ

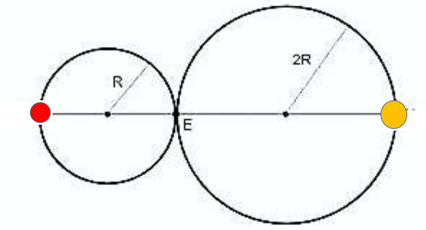
σε διεύθυνση κάθετη στην ακτίνα. (εφαπτομενική).

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής σε ακτινική διεύθυνση, και έχουμε: (σαν θετική επιλέγουμε <u>πάντα</u> τη φορά προς το κέντρο):

$$\sum F_x = ma_\kappa \Rightarrow T - mg\sigma\upsilon\nu(\theta) = m\frac{\upsilon^2}{R} \Rightarrow$$

$$T = m\left(g\sigma\upsilon\nu(\theta) + \frac{\upsilon^2}{R}\right) = 42\text{N}.$$

21. Οι κυκλικές τροχιές δύο κινητών, τα οποία κινούνται ομαλά εφάπτονται. Οι γραμμικές ταχύτητες των κινητών είναι υ_1=9cm/s και υ_2=2cm/s και οι ακτίνες των τροχιών τους R_1=8cm και R_2=4cm αντίστοιχα. Να βρεθεί ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των κινητών.



Απάντηση

Προφανώς η συνάντηση των σωμάτων θα γίνει στη θέση του σημείου τομής των δύο κυκλικών τροχιών. Σε δύο διαδοχικές συναντήσεις θα έχει το κάθε σώμα διανύσει τόξο που θα είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους του κάθε κύκλου.

Έστω ότι το σώμα (1) θα έχει κάνει N_1 πλήρεις στροφές, τότε το διανυθέν τόξο θα είναι $S_1 = N_1 2\pi R_1$

Στον ίδιο χρόνο το σώμα (2) θα έχει κάνει N_2 πλήρεις στροφές, τότε το διανυθέν τόξο θα είναι $S_2 = N_2 2\pi R_2$. Άρα

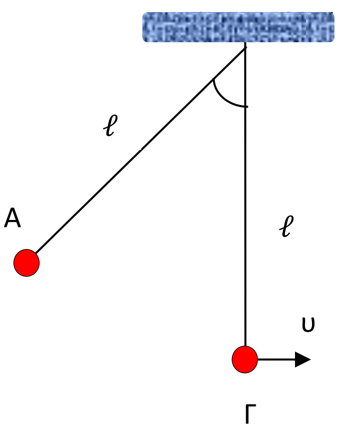
$$\left.\begin{aligned} \upsilon_1 &= \frac{S_1}{t} = \frac{N_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1}{t} \\ \upsilon_2 &= \frac{S_2}{t} = \frac{N_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_2}{t} \end{aligned}\right\} \text{ διαιρώντας κατά μέλη:}$$

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{N_1 \cdot R_1}{\mathrm{N}_2 \cdot R_2} \Rightarrow \frac{9}{2} = \frac{N_1 \cdot 8}{N_2 \cdot 4} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{9}{4}$$

Επειδή N_1 και N_2 ακέραιοι αριθμοί, για την 1η συνάντηση $N_1=9$ (και $N_2=4$)

Τότε $\upsilon_1 = \dfrac{N_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1}{t} \Rightarrow t = \dfrac{N_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_1}{\upsilon_1} = \dfrac{9 \cdot 2\pi \cdot 8}{9} = 16\pi \sec$

22. Σφαιρίδιο μικρών διαστάσεων που είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς και μη ℓ εκτατού νήματος αφήνεται από την θέση Α, όπου το τεντωμένο νήμα σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο. Εάν το μήκος του νήματος είναι $\ell = 10\mathrm{m}$ τότε να βρείτε:



α. Το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου υ_1, την στιγμή που διέρχεται από την θέση Γ, όπου το νήμα είναι κατακόρυφο.

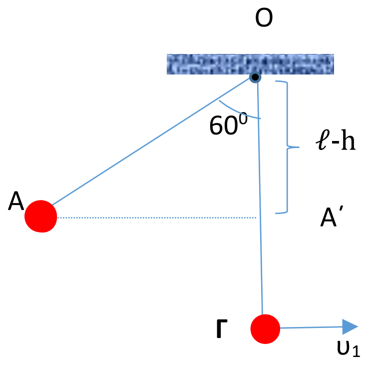
β. Αν την στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση Γ κόψουμε το νήμα, βρείτε την οριζόντια απόσταση που θα διανύσει πλέον το σφαιρίδιο μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

γ. Βρείτε την τάση του νήματος στις θέσεις Α και Γ εάν m=1kg.

Θεωρήστε ότι στη θέση Γ το σφαιρίδιο απέχει από το έδαφος Η=3,2m.
Δίνεται $g=10\mathrm{m/s^2}$.

Απάντηση

α. Στο τρίγωνο ΟΑΑ′:



$$\sigma\upsilon\nu 60^o = \frac{\mathrm{OA'}}{l} \Rightarrow OA' = l\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o \Rightarrow$$

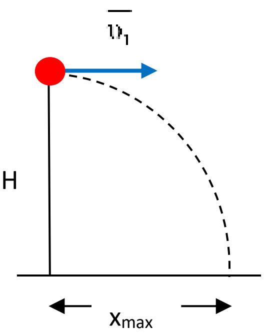
$$\mathrm{OA'} = 10_m \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \mathrm{OA'} = 5m$$

Επομένως $h = l - OA' = 5m$

Α.Δ.Μ.Ε. :

$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + 0 \Rightarrow$$

(θεωρούμε U_Γ=0) $\Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow \upsilon_1 = 10m/s$



β. Είναι

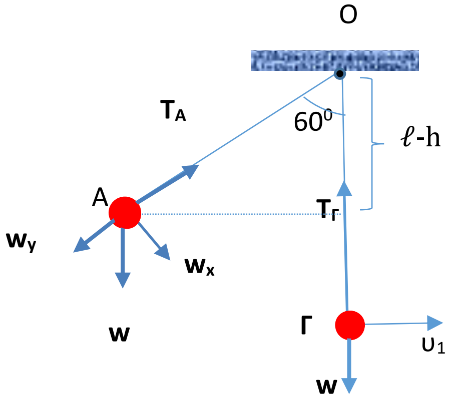
$$H = \frac{1}{2}g\cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3,2}{10}} = \sqrt{0,64} = 0,8s$$

Επομένως $x_{max} = \upsilon_1 t \Rightarrow x_{max} = 8m$.

Σώμα μάζας 2kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα 10m/s.

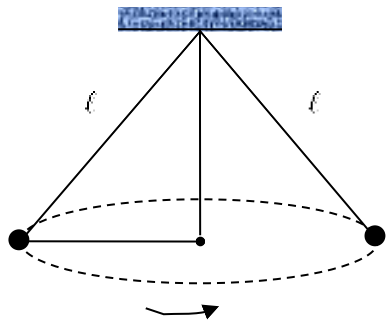
γ. Στην θέση Γ είναι $w_y = w\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o = mg/2 = 5N$.

Στην θέση Α $\Sigma F_{(R)} = F_\kappa \Rightarrow$
$T_A - w_y = m\cdot\upsilon_O^2/\ell$ (με υ_O =0) $\Rightarrow$ $T_A = w_y \Rightarrow T_A = w_y = 5N$.



Στην θέση Γ που το νήμα είναι κατακόρυφο $ΣF_{(R)}=F_κ \Rightarrow$
$T_Γ - w = m \cdot υ_1{}^2/\ell \Rightarrow$
$T_Γ = m \cdot υ_1{}^2/\ell + w \Rightarrow T_Γ = 20N$.

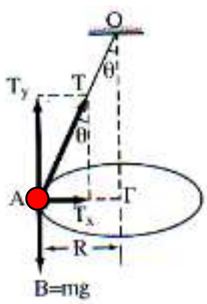
23. Κωνικό εκκρεμές είναι ένα σύστημα που αποτελείται από μια μικρή σφαίρα που είναι δεμένη στην άκρη νήματος, του οποίου η άλλη είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο και η σφαίρα διαγράφει οριζόντια κυκλική τροχιά με σταθερή γωνία από την κατακόρυφο .Το νήμα του εκκρεμούς έχει μήκος ℓ =5m. Η σφαίρα του εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο κύκλο ,με σταθερή γωνία θ=60^o με την κατακόρυφο. Υπολογίστε την περίοδο του κωνικού εκκρεμούς.



Απάντηση

Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις : το βάρος του $\vec{B}$ και η τάση $\vec{T}$ του νήματος .
Αναλύουμε την τάση σε δύο συνιστώσες :

T_x = Τσυνθ στην ακτινική διεύθυνση και τη T_y =Τημθ . Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στη διεύθυνση της ακτίνας και τη συνθήκη ισορροπίας στην κατακόρυφη διεύθυνση :



$$ΣF_R = ma_κ \Rightarrow T_x = \frac{mυ^2}{R} \Rightarrow Tημθ = \frac{mυ^2}{R} \quad (1)$$

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow T_y = mg \Rightarrow Tσυνθ = mg \quad (2)$$

Διαιρούμε τις εξισώσεις (1) και (2) κατά μέλη και έχουμε :

$$\frac{Tημθ}{Tσυνθ} = m\frac{υ^2}{Rmg} \Rightarrow \frac{ημθ}{συνθ} = \frac{υ^2}{Rg} \quad .$$

Αντικαθιστώντας και τη σχέση :

$T = \dfrac{2\pi R}{T}$ έχουμε $\dfrac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \dfrac{4\pi R^2}{T^2 g} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R\sigma\upsilon\nu\theta}{g\eta\mu\theta}}$.

Από το σχήμα βλέπουμε ότι : R = $\ell \cdot$ ημθ και αντικαθιστώντας έχουμε :

T=2π $\sqrt{\dfrac{\ell \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{g}}$ =π sec.

24.α. Τι ονομάζουμε σύστημα σωμάτων; Ποιες δυνάμεις λέγονται εσωτερικές και ποιες εξωτερικές για το σύστημα; Δώστε από ένα παράδειγμα.

β. Πότε το σύστημα λέγεται μονωμένο;

Απάντηση

Βλέπε σχολικό βιβλίο.

25.Να ορίσετε την ορμή ενός σώματος και την ορμή ενός συστήματος σωμάτων. Να αναφέρετε την μονάδα μέτρησης της ορμής στο S.I.

Απάντηση

Βλέπε σχολικό βιβλίο.

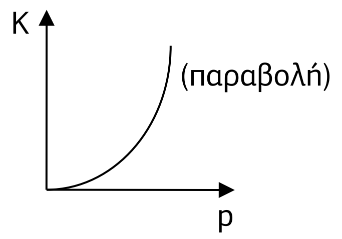
26.α. Δείξτε ότι το μέτρο της ορμής ενός σώματος και η κινητική του ενέργεια συνδέονται με τη σχέση $K = \dfrac{p^2}{2m}$.

β. Να παραστήσετε γραφικά την κινητική ενέργεια ενός σώματος σε συνάρτηση με το μέτρο της ορμής του.

Απάντηση

α. Είναι: $K = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2 = \dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{P}{m}\right)^2 = \dfrac{1}{2}m\dfrac{P^2}{m^2} = \dfrac{P^2}{2m}$

β.



27.α. Αν ένα σύστημα σωμάτων δεν έχει ορμή τότε μπορεί να έχει κινητική ενέργεια;

β. Αν ένα σώμα δεν έχει ορμή τότε μπορεί να έχει κινητική ενέργεια; Αιτιολογήστε.

Απάντηση

α. Ναι γιατί $P_{ολ.}=0$ μπορούμε να έχουμε και όταν δύο σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ίσα μέτρα ορμών (αντίθετες ορμές) τότε όμως το σύστημά τους έχει κινητική ενέργεια.

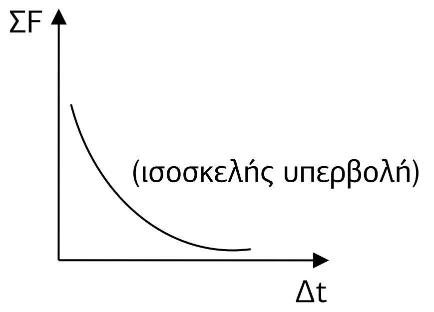
β. Αν για ένα σώμα $p=0 \Leftrightarrow m\upsilon=0 \Leftrightarrow \upsilon=0 \Leftrightarrow K=0$.
Επομένως, όχι δεν μπορεί.

28.α. Δείξτε ότι η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα ισούται με τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του, δηλαδή $\Sigma\vec{F}=\dfrac{\overrightarrow{\Delta p}}{\Delta t}$ (γενικευμένη διατύπωση του 2ου νόμου του Νεύτωνα..
β. Αν θεωρήσουμε ότι η μεταβολή της ορμής ενός σώματος δεν αλλάζει τότε να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της (μέσης) συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα, σε συνάρτηση με το χρονικό διάστημα Δt αυτής της μεταβολής.

Απάντηση

α. $\Sigma\vec{F}=m\,\vec{\alpha}=m\,\overrightarrow{\Delta\upsilon}/\Delta t=\Delta(m\,\vec{\upsilon})/\Delta t=\dfrac{\overrightarrow{\Delta p}}{\Delta t}$

β.



29.α.Διατυπώστε την αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.) και αποδείξτε την.
β. « Η ορμή στις κρούσεις σωμάτων διατηρείται ,όπως και στις εκρήξεις-γρήγορες διασπάσεις ». Αιτιολογήστε την πρόταση αυτή.

Απάντηση

α. «Αν ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων είναι μονωμένο, δηλαδή, αν:

$\Sigma F_{εξωτερικών}=0$,τότε η ορμή του διατηρείται».

Απόδειξη: $\Sigma\vec{F}=\Delta\vec{p}/\Delta t \Leftrightarrow \Delta\vec{p}=\Sigma\vec{F}\cdot\Delta t$ (1)
Αν $\Sigma F_{εξωτερικών}=0$ τότε: $\Sigma F=\Sigma F_{εξ}+\Sigma F_{εσωτ.}=0$ από την (1)$\Leftrightarrow \Delta\vec{p}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{p}=$σταθερή.

β. Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο που διαρκεί πολύ λίγο χρόνο ($\Delta t \longrightarrow 0$) όπως και η έκρηξη-γρήγορη διάσπαση, οι ωθήσεις $\Sigma\vec{F}\cdot\Delta t$ των εξωτερικών δυνάμεων , αν υπάρχουν , είναι αμελητέες κατά τη διάρκεια της κρούσης, δηλαδή $\Sigma\vec{F}\cdot\Delta t \longrightarrow 0$. Το σύστημα των σωμάτων που συγκρούονται μπορεί να <u>θεωρηθεί</u> μονωμένο, για τη χρονική διάρκεια της κρούσης, επομένως η ορμή του συστήματος διατηρείται, (από τη σχέση 1, $\Delta\vec{p}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{p}=$σταθερή).

Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων, κατά τη διάρκεια της κρούσης, διατηρείται.

30.Να ορίσετε το φαινόμενο της κρούσης. Υπάρχουν κρούσεις στις οποίες τα σώματα δεν έρχονται σε επαφή μεταξύ τους. Δώστε ένα παράδειγμα.

Απάντηση

Κρούση ονομάζουμε κάθε φαινόμενο κατά το οποίο «τα συγκρουόμενα» σωματίδια, αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για μικρό χρονικό διάστημα. Στις κρούσεις τα σώματα δεν έρχονται πάντοτε σε επαφή. Για παράδειγμα, στον μικρόκοσμο συναντάμε κρούσεις όπου τα σωματίδια δεν έρχονται σε επαφή, όπως δύο πρωτόνια, που το ένα κινείται προς το άλλο, πλησιάζοντας αλλάζει απότομα η κινητική τους κατάσταση (το φαινόμενο αυτό λέγεται σκέδαση).

31.Να ορίσετε:

α. τις ελαστικές κρούσεις,
β. τις ανελαστικές κρούσεις,
γ. τις πλαστικές κρούσεις σωμάτων.

Απάντηση

α. Ελαστική είναι η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων. Στις ελαστικές κρούσεις διατηρείται η μηχανική ενέργεια, αλλά επειδή είναι φαινόμενο πολύ μικρής χρονικής διάρκειας, δεν μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του συστήματος με συνέπεια να διατηρείται η κινητική του ενέργεια.

β. Ανελαστική είναι η κρούση στην οποία ένα τουλάχιστον μέρος της κινητικής ενέργειας του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

γ. Πλαστική είναι η ανελαστική κρούση που οδηγεί στη δημιουργία συσσωματώματος.

32.Στις εκρήξεις τί παθαίνει η κινητική ενέργεια του συστήματος και τί η ορμή του; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Απάντηση

Αυξάνεται η κινητική του ενέργεια. Ένα μέρος της εγκλωβισμένης ενέργειας του συστήματος (χημική ενέργεια στα εκρηκτικά), απελευθερώνεται με αποτέλεσμα την αύξηση της κινητικής ενέργειας. Η ορμή του παραμένει σταθερή γιατί $\Delta t \to 0$ (χρονικό διάστημα της έκρηξης), επομένως: $\Sigma\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t \Leftrightarrow \Delta\vec{p} = \Sigma\vec{F} \cdot \Delta t \Longrightarrow$ $\Delta\vec{p}=0 \Longrightarrow \vec{p}=$σταθερή.

33.Να ορίσετε τις:

α. κεντρικές ή μετωπικές κρούσεις,
β. έκκεντρες κρούσεις,
γ. πλάγιες κρούσεις.

Απάντηση

α. Κεντρική (ή μετωπική) ονομάζεται η κρούση στην οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται (πριν και μετά την κρούση), βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία,(η οποία περνά από τα κέντρα μάζας των σωμάτων).

β. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των συγκρουόμενων σωμάτων, πριν την κρούση, έχουν παράλληλες διευθύνσεις.

γ. Πλάγια ονομάζεται η κρούση στην οποία οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των συγκρουόμενων σωμάτων είναι τυχαίες.

34. Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις και αιτιολογήστε τον χαρακτηρισμό:

α) Σε όλες τις κρούσεις η ενέργεια διατηρείται.	Σ	Λ
β) Σε κρούσεις δύο σφαιριδίων $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$	Σ	Λ
γ) Σε όλες τις κρούσεις ΔK_1=-ΔK_2, όπου ΔK_1 και ΔK_2, οι αντίστοιχες μεταβολές των κινητικών ενεργειών των σωμάτων κατά τη διάρκεια της κρούσης.	Σ	Λ
δ) Σε κρούση σφαιριδίου με ακλόνητη επιφάνεια ισχύει η Α.Δ.Ο.	Σ	Λ
ε) Αν δύο σφαιρίδια συγκρουστούν κεντρικά και πλαστικά και μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ακινητοποιηθεί, τότε πριν την κρούση είχαν αντίθετες ταχύτητες.	Σ	Λ

Απάντηση – Αιτιολόγηση

α. Σωστό (ΑΔΕ).

β. Σωστό ($\Sigma\vec{F}_1$=- $\Sigma\vec{F}_2 \Leftrightarrow \Delta\vec{p}_1/\Delta t = -\Delta\vec{p}_2/\Delta t \Leftrightarrow \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$).

γ. Λάθος

(μόνο στις ελαστικές, όπου: $K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2$ ή

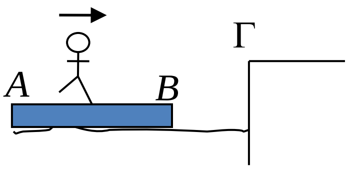
$$K_1 - K'_1 = K'_2 - K_2 \Rightarrow -\Delta K_1 = \Delta K_2,$$

δ. Λάθος

(Για παράδειγμα ακόμα και αν το μέτρο της ταχύτητας διατηρηθεί, ελαστική κρούση, αλλάζει η κατεύθυνσή της).

ε. Λάθος (είχαν αντίθετες ορμές ώστε $p_{συστήματος}$ =0, μόνο αν είχαν ίσες μάζες θα ήταν και οι ταχύτητές τους αντίθετες).

35. Στο άκρο Α ομογενούς σανίδας ΑΒ μήκους ℓ=(AB)=6m και μάζας M=120kg, η οποία επιπλέει στην επιφάνεια νερού που πρεμεί, στέκεται άνθρωπος βάρους m_a=60kg. Το άκρο Α απέχει από την αποβάθρα Γ 8m, ενώ το άλλο άκρο Β της σανίδας απέχει από την αποβάθρα 2m. Αν ο άνθρωπος βαδίσει πάνω στη σανίδα με σταθερή ταχύτητα, μέχρι να φτάσει στο άκρο Β, πόσο θα απέχει τελικά αυτός από την αποβάθρα;



Απάντηση

Το σύστημα σανίδα-άνθρωπος είναι μονωμένο αφού $\sum \vec{F}_{εξ} = 0$, επομένως ισχύει η Α.Δ.Ο. :

$$\vec{P}_{συστ,πριν} = \vec{P}_{συστ,μετά} \Rightarrow 0 = m_a υ_a - MV \Rightarrow V = \frac{m_a}{M} υ_a = \frac{1}{2} υ_a.$$

Έστω ότι σε χρόνο Δt το άκρο Α έχει μετακινηθεί κατά x προς τα αριστερά, τότε στον ίδιο χρόνο ο άνθρωπος θα έχει μετακινηθεί προς τα δεξιά κατά ℓ-x.

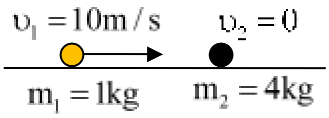
Επειδή ℓ

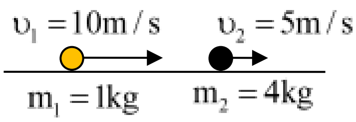
$$V = \frac{1}{2} υ_a \Rightarrow \frac{x}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\ell - x}{\Delta t} \Rightarrow 2x = \ell - x \Rightarrow x = \frac{\ell}{3} = 2\text{m}.$$

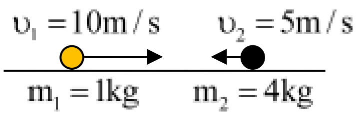
Το άκρο Β επομένως μετακινήθηκε κατά 2m προς τα αριστερά και απέχει από την αποβάθρα 2m+2m=4m.

36.Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος (θεωρήστε λεία τα δάπεδα..

Σε ποια από τις παρακάνω περιπτώσεις έχουμε περισσότερη θερμότητα;

α.


β.


γ.


Απάντηση

α. ΑΔΟ: $m_1 υ_1 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \frac{m_1 υ_1}{m_1 + m_2} = 2 m / s$

$$Q_{κρούσης} = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 40J$$

β. ΑΔΟ: $m_1υ_1 + m_2υ_2 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = 6m/s$

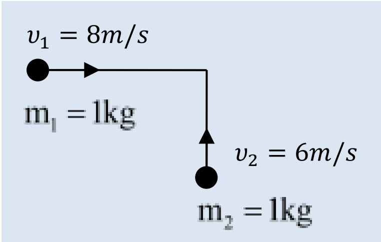
$$Q_{κρούσης} = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 10J$$

γ. ΑΔΟ: $m_2υ_2 - m_1υ_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = 2m/s$

$$Q_{κρούσης} = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 90J$$

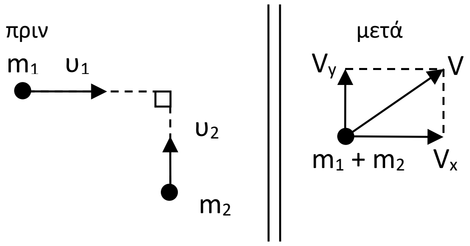
Περισσότερη θερμότητα έχουμε στην (γ).

37. Πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις δύο σφαιρίδια με τις ταχύτητες που φαίνονται στο σχήμα.



Αν η κρούση είναι πλαστική να δείξετε ότι η θερμότητα που εκλύεται είναι: $Q = 25J$.

Απάντηση



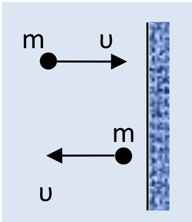
ΑΔΟ στο x΄x άξονα: $m_1υ_1 + 0 = (m_1 + m_2)V_x \Rightarrow V_x = 4m/s$

ΑΔΟ στο y΄y άξονα: $0 + m_2υ_2 = (m_1 + m_2)V_y \Rightarrow V_y = 3m/s$

Επομένως: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 5m/s$

$$Q = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 25J$$

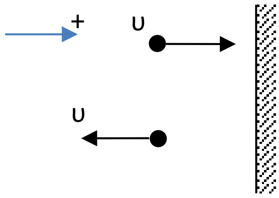
38.Σφαιρίδιο συγκρούεται κάθετα με ακλόνητη επιφάνεια και ανακλάται με το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Τότε το μέτρο μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου είναι:



α. mυ **β.** 2mυ **γ.** μηδέν

Ποια από τις παραπάνω επιλογές ισχύει για την μεταβολή του μέτρου της ορμής; Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

Απάντηση



Αλγεβρικά: $\Delta p = p_{τελ} - p_{αρχ} = -m\upsilon - m\upsilon = -2m\upsilon$,οπότε $|\Delta p| = 2m\upsilon \rightarrow$ σωστή η επιλογή (β.

Για την μεταβολή του μέτρου της ορμής ισχύει η επιλογή (γ.,

γιατί $\Delta|p| = |p_{τελ}| - |p_{αρχ}| = m\upsilon - m\upsilon = 0$.

39.Από ύψος h=20m αφήνουμε ένα σώμα μάζας m=0,1kg να πέσει ελεύθερα. Αν κατά τη πρόσκρουση με το έδαφος το σώμα χάσει το 75% της κινητικής ενέργειας που είχε μόλις πριν έρθει σε επαφή με το έδαφος, βρείτε:

α. το μέτρο της ταχύτητας υ_2 που έχει αμέσως μετά την πρόσκρουση,

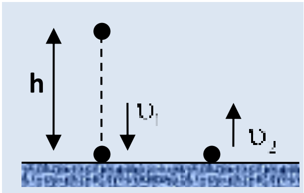
β. τη μέση δύναμη που δέχτηκε από το έδαφος αν ο χρόνος της πρόσκρουσης είναι 0,01sec,

γ. το ύψος h' στο οποίο θα φτάσει μετά την πρώτη αναπήδηση και το αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

α. $ΑΔΜΕ$:



$$K_A + U_A = K_B + U_B \Leftrightarrow$$

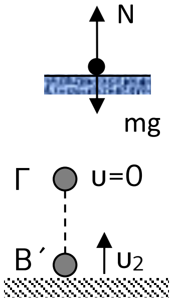
$$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Leftrightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} = 20m/s.$$

Αφού το σώμα κατά την πρόσκρουση στο έδαφος χάνει το 75%, του απομένει το 25%.

Δηλαδή : $K_2 = \frac{25}{100}K_1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Leftrightarrow \upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{2} = 10m/s$.

β. $\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \frac{-m\upsilon_2 - (+m\upsilon_1)}{\Delta t} = -\frac{m(\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} = -300N$.

Κατά μέτρο: $|\Sigma F| = N - mg \Rightarrow 300N = N - 1N \Rightarrow N = 301N$.



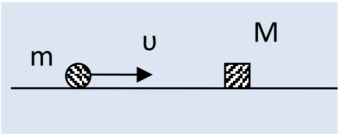
γ. $\text{ΑΔΜΕ}: K'_B + U'_B = K_\Gamma + U_\Gamma \Leftrightarrow \frac{1}{2} m\upsilon_2^2 = mgh' \Rightarrow$

$\Rightarrow h' = \frac{\upsilon_2^2}{2g} \Rightarrow h' = 5m$.

Επειδή επιβραδύνεται:

$\upsilon = \upsilon_2 - gt \xRightarrow{\upsilon \to 0} t_{\alpha\nu\acute{o}\delta o\upsilon} = \frac{\upsilon_2}{g} = 1s$.

40. Σφαιρίδιο μάζας m=1kg κινούμενο οριζόντια συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20m/s$ με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $M = 4kg$.



Αν η κρούση είναι πλαστική βρείτε:

α. το % της κινητικής ενέργειας που χάθηκε κατά την κρούση.

β. το κλάσμα της κινητικής ενέργειας που το σφαιρίδιο μεταβίβασε στο σώμα Μ κατά την κρούση,

γ. αν η διάρκεια της κρούσης είναι 0,1sec βρείτε τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στο κάθε σώμα κατά την κρούση,

δ. αν το συσσωμάτωμα εμφανίζει τριβή με το δάπεδο με συντελεστή $\mu = 0,2$ βρείτε την απόσταση που θα διανύσει μέχρι να σταματήσει.

ε. βρείτε το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε το συσσωμάτωμα να σταματήσει.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

α. ΑΔΟ: $m\upsilon = (m+M)V \Rightarrow V = 4m/s$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda\varepsilon\iota\acute{\omega}\nu} = Q = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2 = 160J$$

$$\frac{E_{\alpha\pi\omega\lambda\varepsilon\iota\acute{\omega}\nu}}{\frac{1}{2}m\upsilon^2} = \frac{160J}{200J} = 0,8 = 80\%$$

β. $\frac{\frac{1}{2}MV^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2} = \frac{4 \cdot 4^2}{1 \cdot 20^2} = \frac{4}{25}$

γ. $F_{(\sigma\tau o\ m)} = \dfrac{\Delta P_{(m)}}{\Delta t} = \dfrac{mV - m\upsilon}{\Delta t} = m\dfrac{(V-\upsilon)}{\Delta t} = -160N$

$F_{(\sigma\tau o\ M)} = \dfrac{\Delta P_{(M)}}{\Delta t} = \dfrac{mV - 0}{\Delta t} = +160N$

Οι δύο δυνάμεις είναι δράση –αντίδραση.

δ. $\Theta MKE: K_{\tau\varepsilon\lambda.} - K_{\alpha\rho\chi.} = \Sigma W \Leftrightarrow$

$$0 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = W_w + W_N + W_T$$

$$-\frac{1}{2}(m+M)V^2 = -\mu(m+M)g\cdot x$$

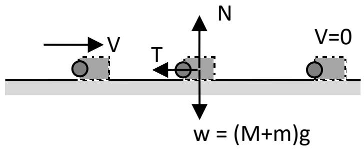
$$x = \frac{V^2}{2mg} = 4m$$

ε. $\Sigma F = (m+M)\alpha \Leftrightarrow T = (m+M)\alpha \Leftrightarrow$

$\mu(m+M)g = (m+M)\alpha \Leftrightarrow$

$\alpha = \mu g = 2m/s^2$ είναι η επιβράδυνση.

Είναι: $V = V_0 - \alpha t \Rightarrow t = \dfrac{V_0}{\alpha} = 2s$.



41. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 40m/s$. Όταν φτάσει στο μέγιστο ύψος διασπάται σε δύο κομμάτια. Το ένα έχει μάζα $m_1 = \dfrac{3m}{4}$ και αποκτά οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 20m/s$.

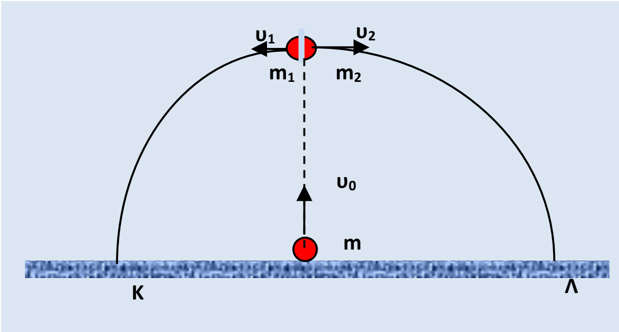
α. Αποδείξτε ότι το δεύτερο κομμάτι θα κινηθεί σε κατεύθυνση αντίθετη της $\vec{\upsilon}_1$.
β. Αν Κ και Λ είναι οι θέσεις που τα δύο κομμάτια φτάνουν στο έδαφος, βρείτε την απόσταση ΚΛ.
γ. βρείτε τον χρόνο που απαιτείται ώστε από τη στιγμή της εκτόξευσης να θραύσματα να φτάσουν στο έδαφος.
Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

α. Στη θέση του ανώτατου ύψους το σώμα στιγμιαία ακινητοποιείται.

Από ΑΔΟ: $\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow \vec{P}_2 = -\vec{P}_1 \Rightarrow$

$m_2\vec{\upsilon}_2 = -\, m_1\vec{\upsilon}_1$



Επομένως: $\vec{\upsilon}_2 \nearrow\swarrow \vec{\upsilon}_1$

β. Για τα μέτρα:

$$m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1 \Leftrightarrow \frac{m}{4}\upsilon_2 = \frac{3m}{4}\cdot 20\frac{m}{s} \Leftrightarrow \upsilon_2 = 60\frac{m}{s}$$

Τα δύο κομμάτια θα κάνουν οριζόντια βολή. Ο χρόνος πτώσης στο έδαφος για το καθένα θα είναι: $t_{\pi\tau} = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}}$ όπου το μέγιστο ύψος μπορεί να βρεθεί από την ΑΔΜΕ για την ανύψωση του σώματος:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = 0 + mgh_{max} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} = 80m$$

Επομένως: $t_{\pi\tau\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma} = \sqrt{\frac{2\cdot 80}{10}}s = 4s$

Το βεληνεκές για το καθένα θα είναι:

$$x_{1_{max}} = \upsilon_1 \cdot t_{\pi\tau} = 80m$$

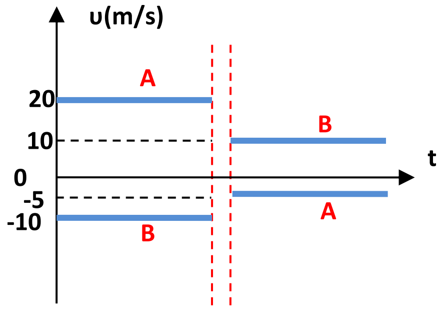
$$x_{2_{max}} = \upsilon_2 \cdot t_{\pi\tau} = 240m$$

Τελικά: $(K\Lambda) = x_{1_{max}} + x_{2_{max}} = 320m$

γ. Η άνοδος του σώματος είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με $\alpha = g$, επομένως $\upsilon = \upsilon_0 - gt \Rightarrow t_{\alpha\nu\acute{o}\delta o\upsilon} = \frac{\upsilon_0}{g} = 4s$

Επομένως: $t_{o\lambda} = t_{\alpha\nu\acute{o}\delta o\upsilon} + t_{\pi\tau\acute{\omega}\sigma\eta\varsigma} = 8s$.

42. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα συγκρούονται κεντρικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Ο λόγος των μαζών m_A και m_B είναι:



Διάρκεια κρούσης αμελητέα

α. $\frac{m_A}{m_B}=\frac{5}{4}$ **β.** $\frac{m_A}{m_B}=\frac{1}{2}$

γ. $\frac{m_A}{m_B}=\frac{4}{5}$ **δ.** $\frac{m_A}{m_B}=2$

Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

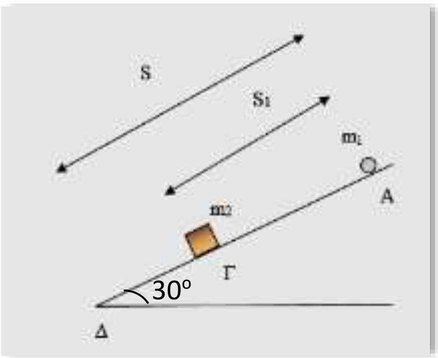
Απάντηση

$$\text{ΑΔΟ}: m_A\upsilon_A + m_B\upsilon_B = m_A\upsilon'_A + m_B\upsilon'_B \Leftrightarrow$$

$$m_A\cdot 20 + m_B\cdot(-10) = m_A\cdot(-5) + m_B\cdot 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 25m_A = 20m_B \Leftrightarrow \frac{m_A}{m_B}=\frac{20}{25} \text{ ή } \frac{m_A}{m_B}=\frac{4}{5}$$ → σωστή η επιλογή (γ).

43. Σώμα μάζας m_1=1kg αφήνεται από το σημείο Α λείου (για το m_1) κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο απέχει από τη βάση Δ του επιπέδου απόσταση S=1,8m.



Ύστερα από απόσταση S_1=1,6m συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2=3kg (θέση Γ). Αν το συσσωμάτωμα εμφανίζει τριβή με το δάπεδο τότε οριακά φτάνοντας στη θέση Δ σταματάει.

Βρείτε:

α. Τον συντελεστή τριβής συσσωματώματος – δαπέδου.

β. Την συνολική θερμότητα που αναπτύχθηκε. ($g=10m/s^2$ και ημ30°=0,5)

Απάντηση

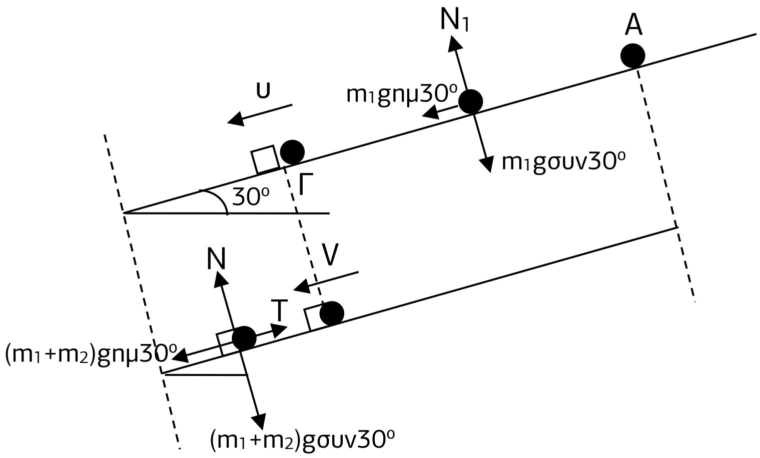
α. ΘΜΚΕ για το m_1 από Α→Γ:

$$K_Γ - K_A = ΣW \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 - 0 = W_{B_1} + \cancel{W_{N_1}}^{\to 0} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 = m_1 gημ30^o\cdot S_1 \Rightarrow$$

$$\upsilon = \sqrt{2gημ30^o\cdot S_1} = 4m/s$$



ΑΔΟ:

$$m_1\upsilon = (m_1+m_2)V \Rightarrow V = 1m/s$$

Όπου :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$N = (m_1+m_2)g\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$$

Τριβή:

$$T = \mu N = \mu(m_1+m_2)g\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$$

ΘΜΚΕ για το συσσωμάτωμα από Γ → Δ:

$$K_\Delta - K_\Gamma = \Sigma W$$

$$0 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = W_{B_{o\lambda}} + W_N + W_T$$

$$-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = (m_1+m_2)g\eta\mu\varphi(S-S_1) - T\cdot(S-S_1)$$

$$-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = (m_1+m_2)g\eta\mu\varphi(S-S_1) - \mu(m_1+m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot(S-S_1)$$

$$-\frac{1}{2}\cdot 1^2 = 10\cdot\frac{1}{2}\cdot 0,2 - \mu\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0,2\cdot 10$$

$$-1 = 2 - 2\mu\sqrt{3} \Leftrightarrow 2\mu\sqrt{3} = 3 \Leftrightarrow \mu = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

ή $\mu = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

β. $Q_{o\lambda} = Q_{\kappa\rho o\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} + Q_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma}$

$$Q_{\kappa\rho o\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 \overset{(SI)}{=} \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 4^2 - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 1^2 = 6J$$

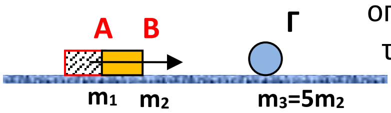
$$Q_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma} = |W_T| = T\cdot(S-S_1) = \mu(m_1+m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot(S-S_1) \overset{(SI)}{=}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 4\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0,2 = 6J$$

Επομένως: $Q_{o\lambda} = Q_{\kappa\rho o\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} + Q_{\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma} = 12J$

44. Δύο σώματα Α και Β με αντίστοιχες μάζες m_1 και m_2 είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με κοινή ταχύτητα υ.

Μετά την κεντρική κρούση με το σώμα Γ μάζας $m_3 = 5m_2$, το οποίο είναι αρχικά ακίνητο, το σώμα Α σταματάει ενώ τα σώματα Β και Γ δημιουργούν συσσωμάτωμα το οποίο κινείται με ταχύτητα $\frac{\upsilon}{2}$.



Τότε ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ θα είναι:

α. 2 **β.** $\frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{3}{2}$ **δ.** $\frac{2}{3}$

Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

Απάντηση

ΑΔΟ:

$$(m_1+m_2)\upsilon=(m_2+m_3)V \Leftrightarrow$$

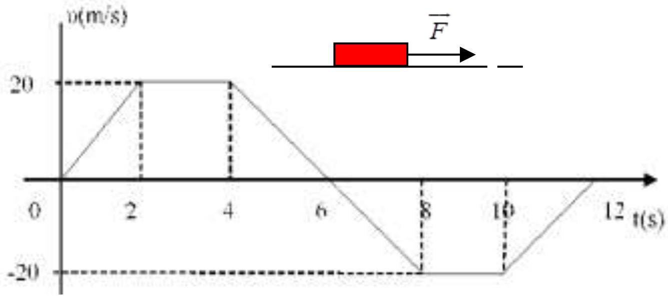
$$(m_1+m_2)\upsilon=6m_2\frac{\upsilon}{2} \Leftrightarrow$$

$$m_1+m_2=3m_2 \Leftrightarrow m_1=2m_2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2}=2 \rightarrow \text{σωστή είναι η επιλογή } (\alpha)$$

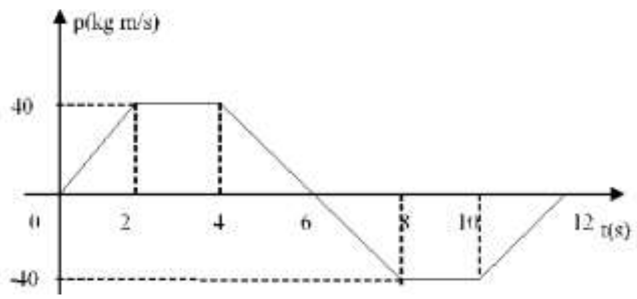
45. Στο ακίνητο σώμα μάζας 2kg του σχήματος, ασκείται η δύναμη F η οποία προκαλεί μεταβολή στην ταχύτητα που παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα

Να κάνετε το αντίστοιχο διάγραμμα
α. της ορμής και
β. της δύναμης F.
Θεωρήστε λείο το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο κινείται το σώμα.



Απάντηση

α. Η ορμή ισούται με $p = mv$ επομένως το διάγραμμα της ορμής είναι όπως στο πακάτω σχήμα:



β. Γνωρίζουμε ότι $\sum\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$, άρα για

$$t\in[0,2s): F=\frac{40\text{-}0}{2}=20N,$$

$$t\in[2,4s): F=0N,$$

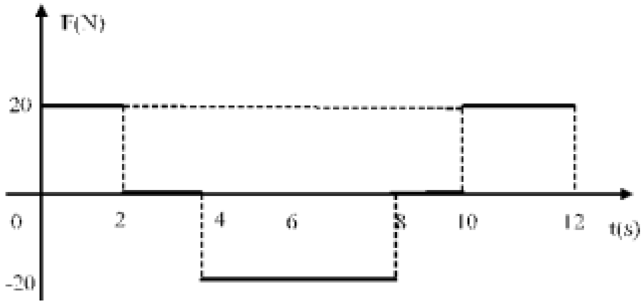
$$t\in[4,6s): F=\frac{0\text{-}40}{2}=-20N,$$

$$t\in[6,8s): F=\frac{\text{-}40\text{-}0}{2}=-20N,$$

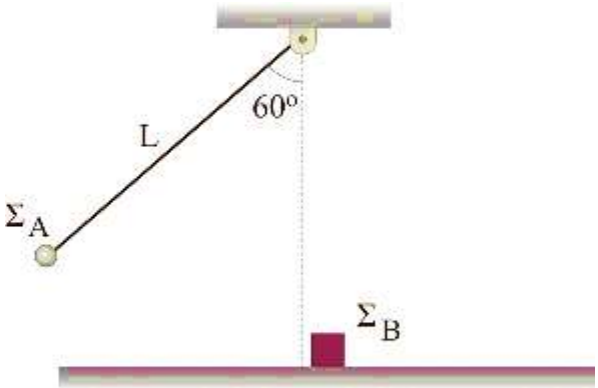
$$t\in[8,10s): F=0N,$$

$t \in [10,12s): F = \dfrac{0\text{-}(\text{-}40)}{2} = 20N \cdot$

Βάσει των παραπάνω το διάγραμμα της μεταβολής της δύναμης με τον χρόνο είναι το παρακάτω:



46. Το σφαιρίδιο του απλού εκκρεμούς που έχει μάζα m_1=0,1kg , αφήνεται από ύψος h όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα όπου το νήμα σχηματίζει γωνία 60° με την κατακόρυφο (το νήμα είναι τεντωμένο, αβαρές και μη εκτατό). Όταν φτάσει στην κατακόρυφη θέση συγκρούεται κεντρικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2=0,8kg. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Το νήμα έχει μήκος *l*=0,4m.



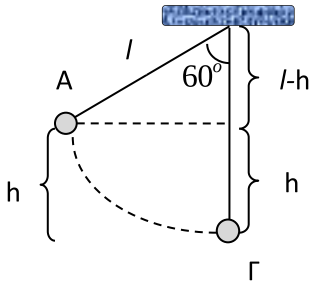
α. Βρείτε την ταχύτητα που αποκτά από την κρούση το σώμα m_2.

β. Βρείτε την θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την κρούση

γ. Βρείτε το % ποσοστό της κιντικής ενέργειας που το σφαιρίδιο μεταβίβασε στο δεύτερο σώμα

δ. Αν το δεύτερο σώμα εμφανίζει με το δάπεδο τριβή με συντελεστή μ=0,1, βρείτε σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση θα σταματήσει.

Απάντηση



α. Είναι $\sigma\upsilon\nu 60^o = \dfrac{l-h}{l} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{0,4-h}{0,4} \Rightarrow h = 0,2m$

<u>Α.Δ.Μ.Ε.</u>:

$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow 0 + m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2} \Rightarrow \upsilon_1 = 2m/s$$

β. $K_{\substack{\sigma\upsilon\sigma\tau\\ \pi\rho\iota\nu}} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 + 0 = \frac{1}{2} 0{,}1 \cdot 2^2 = 0{,}2J$

Α.Δ.Ο. για την κρούση

$$\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \upsilon_1 + 0 = 0 + m_2 \upsilon_2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \frac{m_1}{m_2} \upsilon_1 = \frac{1}{4} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}.$$

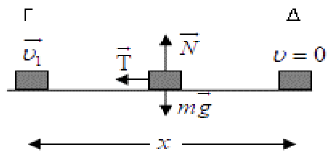
$K_{\substack{\sigma\upsilon\sigma\tau\\ \mu\varepsilon\tau\alpha}} = 0 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} 0{,}8 \cdot (\frac{1}{4})^2 = 0{,}025J$

Θερμότητα: $E_{\alpha\pi\omega\lambda\varepsilon\iota\omega\nu} = K_{\substack{\alpha\rho\chi\\ \sigma\upsilon\sigma\tau}} - K_{\substack{\tau\varepsilon\lambda\\ \sigma\upsilon\sigma\tau}} = 0{,}2 - 0{,}025 = 0{,}175J$

γ. $\frac{\Delta K_2}{K_{1\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}} = \frac{\frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2}{\frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2} = \frac{0{,}025}{0{,}2} = 0{,}125$

ή 12,5%

δ. Θ.Μ.Κ.Ε. για το 2ο σώμα από την θέση Γ στη θέση Δ



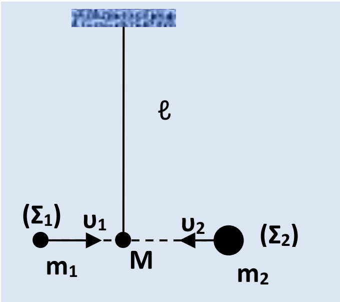
$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 = W_{B_2} + W_N + W_T \Rightarrow -\frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 = 0 - 0 - T \cdot x$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 = -\mu \cdot \mathrm{N} \cdot x \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 = \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot x \Rightarrow x = \frac{\upsilon_2^{\,2}}{2\mu g} \Rightarrow x = \frac{1}{32} m$$

47.Τα σφαιρίδια του σχήματος έχουν μάζες $\mathrm{m}_1 = \mathrm{m}$, $\mathrm{m}_2 = 3\mathrm{m}$ και $\mathrm{M} = \mathrm{m}$ όπου $\mathrm{m} = 0{,}1\mathrm{kg}$. Μόλις πριν την κεντρική και πλαστική κρούση των τριών σωμάτων τα μέτρα των ταχυτήτων των Σ1 και Σ2 είναι αντίστοιχα $\upsilon_1 = 6\mathrm{m/s}$ και $\upsilon_2 = 2\mathrm{m/s}$, ενώ το σώμα μάζας Μ είναι αρχικά ακίνητο και κρέμεται από το κατακόρυφο αβαρές και μη εκτατό νήμα του σχήματος μήκους $\ell = 0,5\text{m}$.

Α. Εφόσον η κρούση των τριών σωμάτων θεωρηθεί «ακαριαία» βρείτε την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.

Β.



α. Εάν επαναληφθεί η κεντρική και πλαστική κρούση, αντικαθιστώντας το σφαιρίδιο Σ₂ με ένα άλλο μάζας $m_2' = m$ το οποίο έχει ταχύτητα $\upsilon_2' = 3\text{m/s}$ αντίρροπη της $\vec{\upsilon}_1$ τότε βρείτε και πάλι την τάση του νήματος αμέσως μετά την «ακαριαία» κρούση.

β. Βρείτε το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας του νήματος με την κατακόρυφο.

γ. Βρείτε το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση της μέγιστης εκτροπής.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση

Α. ΑΔΟ: $+m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2 + M)V \Leftrightarrow$

$$+\text{m}\cdot 6 - 3\text{m}\cdot 2 = 5\text{m}\cdot\text{V} \Leftrightarrow \text{V} = 0$$

Επομένως: $\Sigma\text{F} = 0 \Rightarrow \text{T} = \text{W}_{\text{ολ}} = 5\text{m}\cdot\text{g} = 5\text{N}$

Β. α. ΑΔΟ:

$$m_1\upsilon_1 - m_2'\upsilon_2' = \left(m_1 + m_2' + m_3\right)V \Leftrightarrow$$

$$\text{m}\cdot 6 - \text{m}\cdot 3 = 3\text{m}\cdot\text{V} \Leftrightarrow 3\text{m} = 3\text{mV} \Leftrightarrow \text{V} = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Είναι: $\Sigma\text{F}_{(\text{R})} = \text{F}_\text{K} \Rightarrow \text{T} - \text{W}_{\text{ολ.}} = \dfrac{\text{m}_{\text{ολ}}\cdot\text{V}^2}{\ell} \Rightarrow$

$$\text{T} = (\text{m}_1 + \text{m}_2 + \text{M})\text{g} + \frac{(\text{m}_1 + \text{m}_2 + \text{M})\text{V}^2}{\ell} \Rightarrow$$

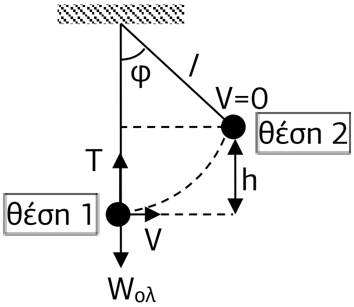
$$\text{T} \overset{(\text{SI})}{=} 3 + \frac{3\cdot 1^2}{0,5} = 9\text{N}$$

β.

$$\text{ΑΔΜΕ}: \text{K}_1 + \text{U}_1 = \text{K}_2 + \text{U}_2$$

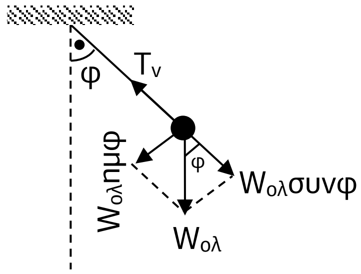
$$\frac{1}{2}\text{m}_{\text{ολ}}\text{V}^2 + 0 = 0 + \text{m}_{\text{ολ}}\text{gh}$$

$$\text{h} = \frac{\text{V}^2}{2\text{g}} \overset{(\text{SI})}{=} \frac{1^2}{2\cdot 10} = 0,05\text{m}$$



συνφ= ℓ-h/ℓ = 0,9

γ. Στη θέση (2) της μέγιστης εκτροπής:



$$\Sigma F_{(R)} = \frac{m\upsilon^2}{\ell} \Rightarrow \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow T_\nu - W_{o\lambda} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow T_\nu = W_{o\lambda} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

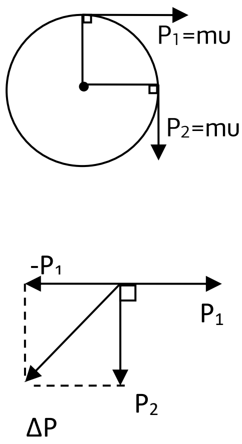
$$\Rightarrow T_\nu \overset{(S.I.)}{=} 3 \cdot 0,9 = 2,7N$$

48. Σώμα μάζας 2kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα 10m/s.

Να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του στη διάρκεια χρόνου:
α. T/4
β. T/6, όπου T η περίοδος της κίνησής του.

Απάντηση

α. Σε χρόνο T/4 θα διαγράψει το ¼ του κύκλου (τεταρτοκύκλιο)



Είναι: $\Delta\vec{P}_{\sigma\acute{\omega}\mu\alpha\tau o\varsigma} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \vec{P}_2 + (-\vec{P}_1)$

Επομένως:

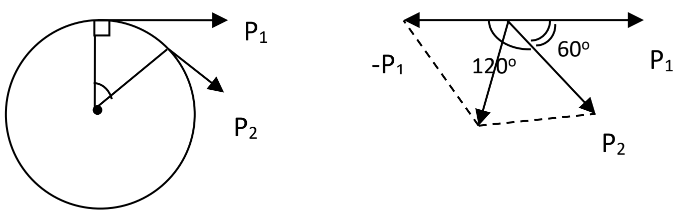
$$\Delta P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = \sqrt{(mu)^2 + (mu)^2} =$$

$$\sqrt{2(mu)^2} =$$

$$mu\sqrt{2} =$$

$$20\sqrt{2}m/s$$

β.



Σε χρόνο T/6 θα διαγράψει το 1/6 του κύκλου, δηλαδή η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία που θα διαγράψει η επιβατική ακτίνα θα είναι: $\frac{1}{6}360^o = 60^o$

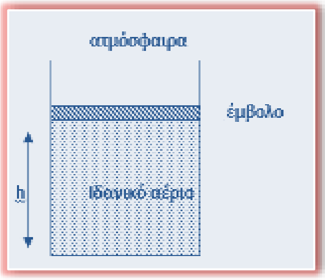
$\Delta\vec{P}_{\sigma\acute{\omega}\mu\alpha\tau o\varsigma} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \vec{P}_2 + (-\vec{P}_1)$.

Επομένως:

$$\Delta P=\sqrt{P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\sigma\upsilon\nu 120^o}=\sqrt{(mu)^2+(mu)^2+2\cdot m\upsilon\cdot m\upsilon\left(-\frac{1}{2}\right)}=$$

$$=\sqrt{(m\upsilon)^2}=m\upsilon=20m/s.$$

49. Το οριζόντιο έμβολο του σχήματος ισορροπεί σε ύψος h. Το βάρος του εμβόλου είναι w, το εμβαδόν της επιφάνειας του $300cm^2$, η πίεση του αερίου 2atm και η ατμοσφαιρική πίεση 1atm



Α. Αν οι τριβές του εμβόλου με τα τοιχώματα θεωρηθούν αμελητέες και $1atm\simeq 10^5 Pa$, τότε το βάρος του εμβόλου θα είναι:

α. 30N **β.** 300N **γ.** 3000N

Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

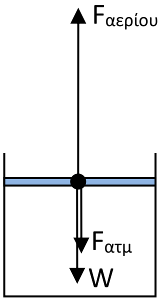
Β. Αν ο όγκος του αερίου είναι 6Lit τότε το ύψος h θα είναι:

α. $h=6cm$ **β.** $h=20cm$ **γ.** $h=3m$

Επιλέξτε και αιτιολογήστε.

Απάντηση

Α. Αφού το έμβολο ισορροπεί:



$$\Sigma F=0\Leftrightarrow$$

$$F_{\alpha\varepsilon\rho\acute{\iota}o\upsilon}=F_{\alpha\tau\mu}+W\overset{:A}{\Leftrightarrow}$$

$$P_{\alpha\varepsilon\rho\acute{\iota}o\upsilon}=P_{\alpha\tau\mu}+\frac{W}{A}\Leftrightarrow$$

$$W=A\cdot\left(P_{\alpha\varepsilon\rho\acute{\iota}o\upsilon}-P_{\alpha\tau\mu}\right)=$$

$$=300\cdot 10^{-4}m^2\cdot 1\cdot 10^5 Pa=3000N\rightarrow \varepsilon\pi\iota\lambda o\gamma\acute{\eta}\ (\gamma)$$

Β. $V=A\cdot h\Rightarrow h=\frac{V}{A}=\frac{6\cdot 10^{-3}m^3}{300\cdot 10^{-4}m^2}=0,2m=20cm\rightarrow \varepsilon\pi\iota\lambda o\gamma\acute{\eta}\ (\beta)$

50. Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη της αριστερής στήλης με τα μεγέθη της δεξιάς στήλης:

Στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής:	
1. της απόστασης $\frac{dx}{dt}$	**α.** $\Sigma F\cdot\upsilon$
2. της γωνίας στροφής $\frac{d\theta}{dt}$	**β.** ΣF
3. της ταχύτητας $\frac{d\upsilon}{dt}$	**γ.** ταχύτητα υ
4. της γωνιακής ταχύτητας $\frac{d\omega}{dt}$	**δ.** επιτάχυνση α
5. της ορμής $\frac{dp}{dt}$	**ε.** $F\cdot\upsilon$

6. του έργου (ενέργειας) μιας δύναμης $\frac{dW_F}{dt}$	**στ.** γωνιακή ταχύτητα ω
7. της κινητικής ενέργειας $\frac{dK}{dt}$	**ζ.** γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$

Απάντηση

1. γ $\left(\frac{dx}{dt} = \upsilon\right)$
2. στ $\left(\frac{d\theta}{dt} = \omega\right)$
3. δ $\left(\frac{d\upsilon}{dt} = \alpha\right)$
4. ζ $\left(\frac{d\omega}{dt} = \alpha_{\gamma\omega\nu.}\right)$
5. β $\left(\frac{dP}{dt} = \Sigma F\right)$
6. ε $\left(\frac{dW_F}{dt} = F \cdot \upsilon\right)$
7. α $\left(\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot \upsilon\right)$

51. Να μετατρέψετε στο S.I. τα παρακάτω μεγέθη:

α. πίεση 4atm	
β. πίεση 380mm Hg	
γ. ταχύτητα 72 Km/h	
δ. επιτάχυνση 36.000 cm/min^2	
ε. συχνότητα 720 στροφές/ min	
στ. ορμή 400 g· cm/s	
ζ. γωνιακή ταχύτητα 600 rad/min	

Απάντηση

α. $P = 4atm = 4 \cdot 10^5 Pa$

β. $P = 380mmHg = 380\frac{1}{760}atm = \frac{38}{76}10^5 Pa = 0,5 \cdot 10^5 Pa = 5 \cdot 10^4 Pa$

γ. $\upsilon = 72\frac{km}{h} = 72 \cdot \frac{1000m}{360s} = 20m/s$

δ. $a = 36000\dfrac{cm}{\min^2} = 36000\dfrac{10^{-2}m}{(60s)^2} = 36000 \cdot \dfrac{10^{-2}m}{3600s^2} = 0{,}1m/s^2$

ε. $f = 720\dfrac{\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma}{\min} = 720\dfrac{\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma}{60s} = 12Hz$

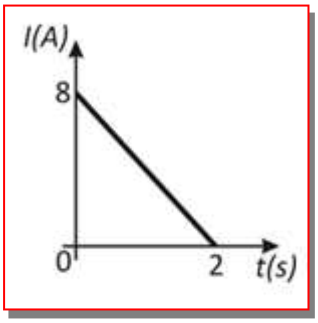
στ. $p = 400g\dfrac{cm}{s} = 400 \cdot 10^{-3}kg \cdot \dfrac{10^{-2}m}{s} = 4 \cdot 10^{-3}kg\dfrac{m}{s}$

ζ. $\omega = 600\dfrac{rad}{\min} = 600\dfrac{rad}{60s} = 10\dfrac{rad}{s}$

52. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα μεταλλικό αγωγό μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Να υπολογίσετε:

α. το φορτίο που πέρασε από μια διατομή του αγωγού από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ που μηδενίστηκε το ρεύμα.

β. τον αριθμό των ηλεκτρονίων που πέρασαν από τη διατομή του αγωγού στην παραπάνω χρονική διάρκεια. Δίνεται ότι $|e| = 1.6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$.



Απάντηση

α. Το φορτίο που περνάει από μια διατομή ενός αγωγού στο χρονικό διάστημα που μας δίνεται δεν μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση $I = q/t$ γιατί η ένταση του ρεύματος δεν είναι σταθερή. Σε αυτές τις περιπτώσεις θα υπολογίζουμε το φορτίο από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης $I = f(t)$.

$$q = (\text{εμβαδόν τριγώνου}) = \frac{2 \cdot 8}{2}\mathrm{Cb} = 8\mathrm{C}.$$

β. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που διέρχονται από μια διατομή δίνεται από την σχέση

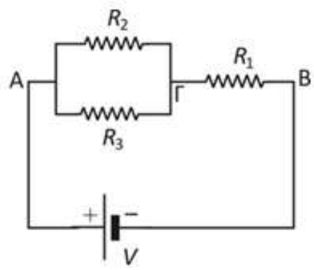
$$N = \frac{q}{|e|} = \frac{8}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{19}.$$

53. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_3 = 6\Omega$ και $V = 36\mathrm{V}$.

Να υπολογίσετε:

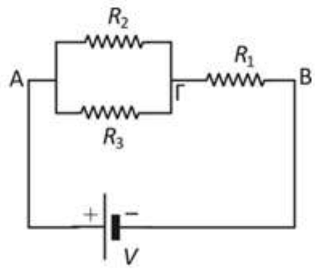
α. την ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας

β. την τάση που επικρατεί στα άκρα κάθε αντιστάτη, καθώς και την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει



Απάντηση

α. Οι αντιστάσεις R_2 και R_3 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, οπότε



$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{12 \cdot 6}{18}\Omega = 4\Omega.$$

Οι αντιστάσεις $R_{2,3}$ και R_1 είναι συνδεδεμένες σε σειρά, οπότε

$$R_{ολ} = R_{2,3} + R_1 = 12\Omega.$$

β. Η συνολική ένταση του ρεύματος στον κλάδο ΑΒ ισούται με

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{36}{12}\mathrm{A} = 3\mathrm{A}.$$

Οι τάσεις στα άκρα των αντιστατών R_2 και R_3 είναι ίσες, οπότε

$$V_2 = V_3 \Longrightarrow I_2 R_2 = I_3 R_3 \Longrightarrow 12 I_2 = 6 I_3 \Longrightarrow\ I_3 = 2 I_2.$$

Σύμφωνα με τον κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α,

$$I = I_2 + I_3 = 3 I_2 \ \Longrightarrow\ I_2 = 1\mathrm{A},$$

άρα $I_3 = 2\mathrm{A}$.

Τέλος οι τάσεις στα άκρα κάθε αντιστάτη δίνονται ως

$$V_1 = I R_1 = 3 \cdot 8\mathrm{V} = 24\mathrm{V}, \qquad V_2 = V_3 = V - V_1 = 12\mathrm{V}.$$

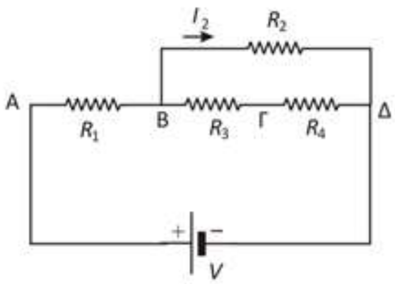
54. Οι τέσσερις αντιστάτες του διπλανού κυκλώματος έχουν αντιστάσεις $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 10\Omega$ και $R_4 = 2\Omega$. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_2 ισούται με $I_2 = 3\mathrm{A}$.

Να υπολογίσετε:

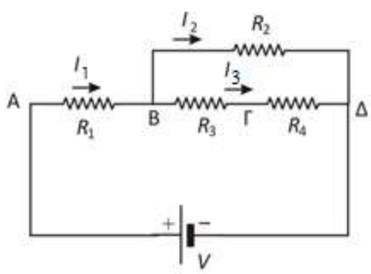
α. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_3.

β. τη διαφορά δυναμικού $V_A - V_Γ$.

γ. την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.



Απάντηση



α. Σύμφωνα με το σχήμα οι αντιστάσεις R_2 και $R_{3,4}$ είναι συνδεδεμένες παράλληλα και οι αντιστάσεις R_3 και R_4 σε σειρά. Άρα $I_3 = I_4$ και

$$V_2 = V_3 + V_4 \Longrightarrow I_2R_2 = I_3(R_3 + R_4) \Longrightarrow I_3 = \frac{R_2}{R_3 + R_4} I_2 \Longrightarrow$$
$$I_3 = \frac{4}{10 + 2} 3\text{A} = 1\text{A}.$$

β. Σύμφωνα με τον κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Β, $I_1 = I_2 + I_3 = 4\text{A}$. Άρα

$$V_A - V_\Gamma = (V_A - V_B) + (V_B - V_\Gamma) = I_1R_1 + I_3R_3 = (4 \cdot 1 + 1 \cdot 10)\Omega = 14\Omega.$$

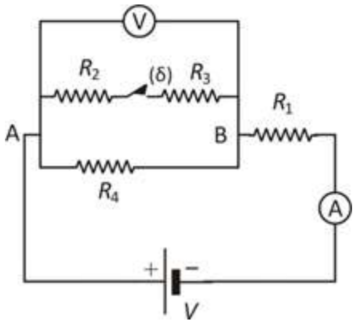
γ. Σύμφωνα με τον νόμο του Ohm στον κλάδο ΑΔ,

$$R_{o\lambda} = \frac{V}{I_1} = \frac{V_1 + V_2}{I_1} = \frac{I_1R_1 + I_2R_2}{I_1} = \frac{4 + 12}{4}\Omega = 4\Omega.$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε και από την σχέση

$$R_{o\lambda} = R_1 + \frac{R_2R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}} = \left(1 + \frac{4 \cdot 12}{4 + 12}\right)\Omega = 4\Omega.$$

55. Για το διπλανό κύκλωμα δίνεται ότι $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 1\Omega$ και $V = 24\text{V}$.



Α. Αρχικά ο διακόπτης (δ. είναι ανοικτός και η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι 4Α. Να υπολογίσετε:

α. την αντίσταση R_4,

β. την ένδειξη του βολτόμετρου.

Β. Κλείνουμε το διακόπτη (δ..

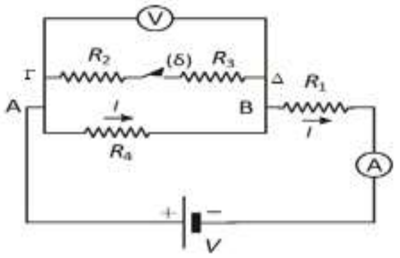
Να υπολογίσετε:

α. την ένδειξη του αμπερομέτρου, **β.** την ένδειξη του βολτόμετρου.

Δίνεται ότι το βολτόμετρο και το αμπερόμετρο είναι ιδανικά (δεν έχουν εσωτερικές αντιστάσεις).

Απάντηση

Α. α. Αφού ο διακόπτης (δ. είναι ανοικτός ο κλάδος ΓΔ δεν διαρρέεται από ρεύμα. Άρα το ίδιο ρεύμα διαρρέει τις ωμικές αντιστάσεις R_4 και R_1ο οποίες είναι συνδεδεμένες σε σειρά.



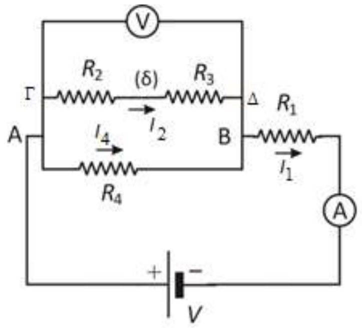
Άρα

$$R_{\text{ολ}} = R_4 + R_1 \Longrightarrow \frac{V}{I} = R_4 + R_1 \Longrightarrow$$
$$R_4 = \frac{V}{I} - R_1 = \left(\frac{24}{4} - 2\right)\Omega = 4\Omega$$

β. Η ένδειξη του βολτομέτρου είναι η τάση στα άκρα της R_4. Άρα

$$V_4 = IR_4 = 16\text{V}.$$

Β. Αφού ο διακόπτης δ είναι κλειστός ο κλάδος ΓΔ διαρρέεται από ρεύμα, οπότε οι αντιστάσεις R_2 και R_3 είναι σε σειρά και οι αντιστάσεις $R_{2,3}$ και R_4 παράλληλα.



Άρα

$$R_{2,3,4} = \frac{R_{2,3}R_4}{R_{2,3} + R_4} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4}\Omega \Longrightarrow$$
$$R_{2,3,4} = 2\Omega.$$

Συνεπώς,

$$R_{\text{ολ}} = R_1 + R_{2,3,4} = 4\Omega.$$

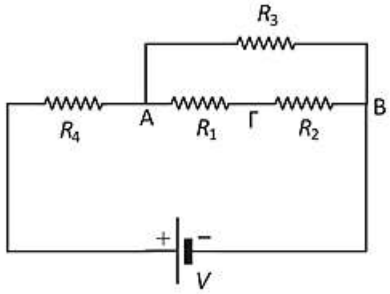
α. Η ένδειξη του αμπερομέτρου είναι

$$I_1 = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} = \frac{24}{4}\text{A} = 6\text{A}.$$

β. Η ένδειξη του βολτομέτρου είναι η τάση στα άκρα Α και Β. Άρα

$$V_{\text{AB}} = I_1 R_{2,3,4} = 6 \cdot 2\text{V} = 12\text{V}.$$

56. Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$ $R_3 = 20\ \Omega$, $R_4 = 1\Omega$ και $V = 25\text{V}$. Να υπολογίσετε:



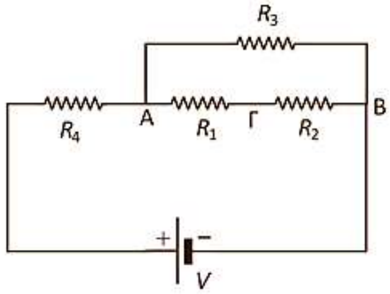
α. την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντιστάτης καθώς και την ισχύ της ισοδύναμης αντίστασης του κυκλώματος.

β. τη θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη R_4 σε χρόνο $t = 40\text{s}$.

Απάντηση

α. Οι αντιστάσεις $R_{1,2}$ και R_3 είναι παράλληλες και οι R_1 και R_2 σε σειρά, άρα

$$R_{1,2,3} = \frac{R_{1,2}R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{5 \cdot 20}{5 + 20}\Omega = 4\Omega.$$



Επίσης οι αντιστάτες $R_{1,2,3}$ και R_4 είναι σε σειρά, άρα

$$R_{ολ} = R_{1,2,3} + R_4 = 5\Omega.$$

Το συνολικό ρεύμα στο κύκλωμα ισούται με

$$I_4 = \frac{V}{R_{ολ}} = 5\text{A}.$$

Επιπλέον,

$$V = V_3 + V_4 = I_3R_3 + I_4R_4 \Longrightarrow I_3 = \frac{V - I_4R_4}{R_3} = \frac{25 - 5 \cdot 1}{20}\text{A} \Longrightarrow I_3 = 1\text{A}.$$

Από τον 1^{ο} κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Α προκύπτει ότι

$$I_4 = I_1 + I_3 \Longrightarrow I_1 = I_4 - I_3 \Longrightarrow I_1 = 4\text{A}.$$

Συνεπώς,

$$P_1 = I_1^2R_1 = 16 \cdot 2\text{Watt} = 32\text{Watt}, \qquad P_2 = I_1^2R_2 = 16 \cdot 3\text{Watt} = 48\text{Watt},$$
$$P_3 = I_3^2R_3 = 1 \cdot 20\text{Watt} = 20\text{Watt}, \qquad P_4 = I_4^2R_4 = 25 \cdot 1\text{Watt} = 25\text{Watt}.$$

Τέλος η ισχύς της ισοδύναμης αντίστασης του κυκλώματος ισούται με

$$P_{ολ} = I_4^2R_{ολ} = 25 \cdot 5\text{Watt} = 125\text{Watt}$$

ή

$$P_{ολ} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 125\text{Watt}.$$

β. Η θερμότητα που εκλύεται από την αντίσταση R_4 δίνεται από την σχέση,

$$Q = P_4t = 25 \cdot 40\text{J} = 1000\text{J}.$$

57. Δύο θερμικές συσκευές (1) και (2) που αναγράφουν τα στοιχεία 100W, 20V και 200W, 40V αντίστοιχα, είναι συνδεδεμένες παράλληλα και το σύστημα συνδέεται σε πηγή. Η τάση της πηγής ισούται με $V = 40\text{V}$ και στον κλάδο της πηγής συνδέουμε ιδανικό αμπερόμετρο.

α. Να σχεδιάσετε το κύκλωμα.

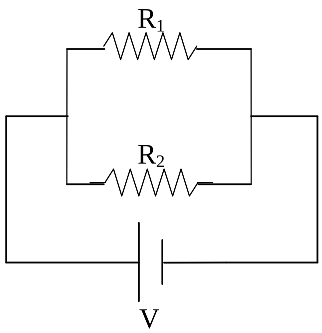
β. Να εξετάσετε ποια από τις δύο θερμικές συσκευές λειτουργεί κανονικά και ποια υπερλειτουργεί.

γ. Να βρείτε την ένδειξη του αμπερομέτρου.

δ. Να υπολογίσετε την αντίσταση R_x ενός αντιστάτη που πρέπει να συνδεθεί σε σειρά με τη συσκευή που υπερλειτουργεί, ώστε μετά τη σύνδεση η συσκευή αυτή να λειτουργεί κανονικά.

Απάντηση

α.



β. Αρχικά θα υπολογίσουμε την αντίσταση κάθε συσκευής και το κανονικό ρεύμα από τις ενδείξεις κανονικής λειτουργίας. Για την συσκευή (1) ισχύει ότι

$$P_{\kappa 1} = \frac{V_{\kappa 1}^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V_{\kappa 1}^2}{P_{\kappa 1}} \Rightarrow R_1 = \frac{400}{100}\Omega = 4\Omega.$$

Επίσης

$$P_{\kappa 1} = V_{\kappa 1} I_{\kappa 1} \Rightarrow I_{\kappa 1} = \frac{P_{\kappa 1}}{V_{\kappa 1}} = \frac{100}{20}\mathrm{A} \Rightarrow I_{\kappa 1} = 5\mathrm{A}.$$

Για την συσκευή (2) ισχύει ότι

$$P_{\kappa 2} = \frac{V_{\kappa 2}^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{V_{\kappa 2}^2}{P_{\kappa 2}} \Rightarrow R_2 = \frac{1600}{200}\Omega = 8\Omega.$$

Επίσης

$$P_{\kappa 2} = V_{\kappa 2} I_{\kappa 2} \Rightarrow I_{\kappa 2} = \frac{P_{\kappa 2}}{V_{\kappa 2}} = \frac{200}{40}\mathrm{A} \Rightarrow I_{\kappa 2} = 5\mathrm{A}.$$

Άρα για να λειτουργούν κανονικά οι συσκευές πρέπει και οι δύο να διαρρέονται από ρεύμα έντασης 5A.

Στην συνέχεια θα υπολογίσουμε το πραγματικό ρεύμα που διαρρέει κάθε θερμική συσκευή. Συγκεκριμένα,

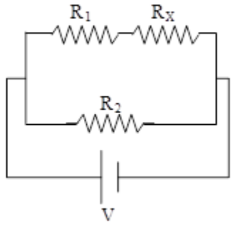
$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{40}{4}\mathrm{A} = 10\mathrm{A}, \qquad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{40}{8}\mathrm{A} = 5\mathrm{A}.$$

Άρα η συσκευή (2) λειτουργεί κανονικά και η συσκευή (1) υπερλειτουργεί.

γ. Το συνολικό ρεύμα στο κύκλωμα ισούται με

$$I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} = \frac{40}{8/3}\mathrm{A} = 15\mathrm{A}$$

δ. Βάζουμε μια αντίσταση R_x σε σειρά με την R_1. Τότε για να λειτουργεί κανονικά η συσκευή (1) θα πρέπει $I_1 = I_{\kappa 1} = 5\text{A}$. Συνεπώς



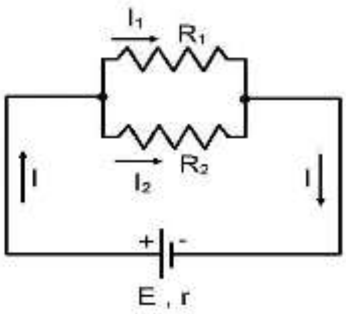
$$V = V_1 + V_x = I_1(R_1 + R_x) \Longrightarrow R_x = \frac{V - I_1 R_1}{I_1} = \frac{40 - 5 \cdot 4}{5}\Omega = 4\Omega.$$

58. Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = 12\Omega$ και $R_2 = 36\Omega$ συνδέονται παράλληλα και στα άκρα Α και Γ του συστήματος τους συνδέεται μια πηγή που έχει ΗΕΔ $\mathcal{E} = 20\text{V}$ και εσωτερική αντίσταση $r = 1\Omega$. Να υπολογίσετε:

α. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή.

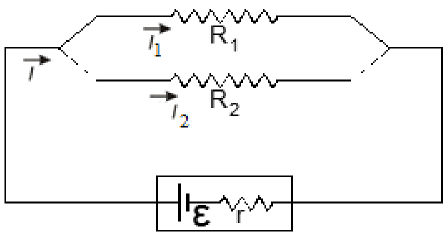
β. την ισχύ που παρέχει η πηγή σε ολόκληρο το κύκλωμα.

γ. την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης αντίστασης R_2.



Απάντηση

Αρχικά σχεδιάζουμε το κύκλωμα:



α. Οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα. Άρα η εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος ισούται με

$$R_{\varepsilon\xi} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 36}{12 + 36}\Omega = 9\Omega.$$

Συνεπώς το ρεύμα στο κύκλωμα ισούται με

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\varepsilon\xi} + r} = \frac{20}{9 + 1}\text{A} = 2\text{A}.$$

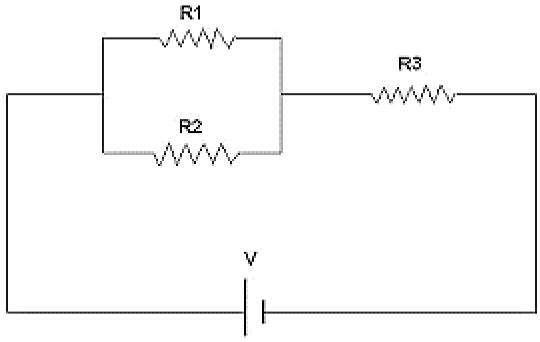
β. Η ισχύς του ρεύματος που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα ισούται με

$$P = \mathcal{E}I = 20 \cdot 2\text{W} = 40\text{W}.$$

γ. Η ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης αντίστασης R_2 ο οποίος βρίσκεται σε τάση ίση με την πολική της πηγής, $V_2 = V_\pi = \mathcal{E} - Ir$, ισούται με

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} = \frac{(\mathcal{E} - Ir)^2}{R_2} = \frac{(20 - 2 \cdot 1)^2}{36}\mathrm{W} = 9\mathrm{W}.$$

59. Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις $R_1 = 24\Omega$ και $R_2 = 24\Omega$ συνδέονται παράλληλα και έχουν κοινά τα άκρα τους Α και Β. Το δίπολο που σχηματίζεται συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη που έχει αντίσταση $R_3 = 6\Omega$. Τα άκρα Α και Γ του νέου δίπολου που σχηματίζεται συνδέονται με τους πόλους ηλεκτρικής πηγής ΗΕΔ $\mathcal{E} = 60\mathrm{V}$ και εσωτερικής αντίστασης r. Σε χρονική διάρκεια $t = 10\mathrm{s}$ η πηγή προσφέρει συνολικά στο κύκλωμα ενέργεια ίση με $1800\mathrm{J}$. Να υπολογίσετε:



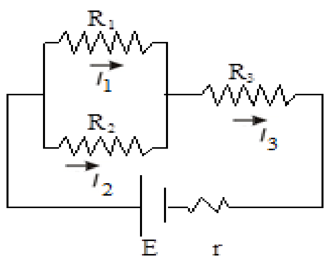
α. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή.

β. τη θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη R_1 στη χρονική διάρκεια των $10\mathrm{s}$.

γ. την εσωτερική αντίσταση της πηγής.

Απάντηση

Αρχικά σχεδιάζουμε το κύκλωμα:



α. Η πηγή διαρρέεται από ρεύμα I_3 και η ενέργεια που παρέχει στο κύκλωμα ισούται με $W = \mathcal{E} I_3 t$, συνεπώς

$$I_3 = \frac{W}{\mathcal{E}t} = \frac{1800}{60 \cdot 10}\mathrm{A} = 3\mathrm{A}.$$

β. Θα χρειαστεί να υπολογίσουμε την τάση στα άκρα του αντιστάτη R_1. Η ισοδύναμη εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος ισούται με

$$R_{\varepsilon\xi} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \left(6 + \frac{24 \cdot 24}{24 + 24}\right)\Omega = 18\Omega.$$

Συνεπώς η πολική τάση της πηγής ισούται με

$$V_\pi = I_3 R_{\varepsilon\xi} = 3 \cdot 18\mathrm{V} = 54\mathrm{V}$$

και η τάση στα άκρα της αντίστασης R_1 ισούται με

$$V_1 = V_\pi - V_3 = V_\pi - I_3 R_3 = (54 - 3 \cdot 6)\mathrm{V} = 36\mathrm{V},$$

άρα η θερμότητα που εκλύεται από τον αντιστάτη R_1 στη χρονική διάρκεια των 10s ισούται με

$$Q_1 = \frac{V_1^2}{R_1}t - \frac{36 \cdot 36}{24}10\text{J} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{4 \cdot 6}10\text{J} = 6 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 10\text{J} = 540\text{J}.$$

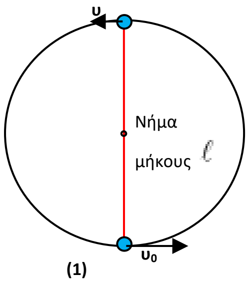
γ. Η εσωτερική αντίσταση της πηγής υπολογίζεται από την σχέση που δίνει την πολική τάση της πηγής

$$V_\pi = \mathcal{E} - I_3 r \Longrightarrow r = \frac{\mathcal{E} - V_\pi}{I_3} = \frac{60 - 54}{3}\Omega = 2\Omega.$$

Επιμέλεια: Γκιώνη Βασιλική

ΘΕΜΑΤΑ ΑΥΞΗΜΕΝΗΣ ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ (εισαγωγή στη Γ΄ Λυκείου)

1. Δείξτε ότι η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας υ_0 που πρέπει να έχει το σφαιρίδιο του σχήματος στην κατώτατη θέση (1) της τροχιάς του ώστε να κάνει ανακύκλωση,

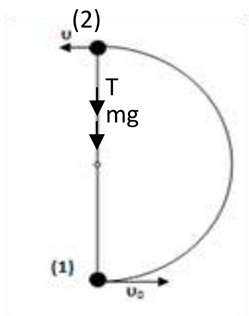


δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_{0_{\min}} = \sqrt{5g\ell}$.

Θεωρήστε ότι το σφαιρίδιο κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο.

Απάντηση

Πρέπει στην ανώτατη θέση της τροχιάς (θέση 2):



$$\Sigma F_{(R)} = F\kappa \Leftrightarrow T + mg = m\frac{\upsilon^2}{\ell}.$$

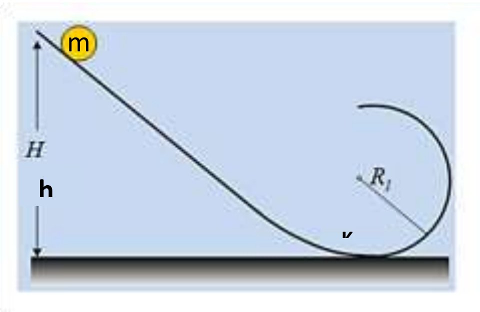
Οριακή ανακύκλωση σημαίνει ότι στην ανώτατη θέση $T = 0$. Επομένως:

$$mg = m\frac{{\upsilon_{\min}}^2}{\ell} \Rightarrow \upsilon_{\min} = \sqrt{g\ell}.$$

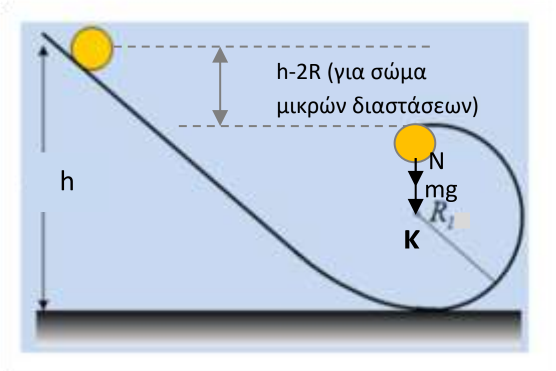
ΘΜΚΕ: $K_2 - K_1 = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m{\upsilon_0}^2 = W_T + W_{mg} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m{\upsilon_0}^2 = -mg2\ell \Leftrightarrow$

$\upsilon_0 = \sqrt{\upsilon 2 + 4g\ell}$, για $\upsilon = \upsilon_{\min} = \sqrt{g\ell} \Rightarrow \upsilon_{0\min} = \sqrt{5g\ell}$.

2. Σώμα μικρών διαστάσεων αφήνεται από το ύψος h να ολισθήσει στον λείο κατακόρυφο οδηγό του σχήματος. Να δείξετε ότι η ελάχιστη τιμή του ύψους h από το οποίο πρέπει να αφεθεί το σώμα ώστε να κάνει ανακύκλωση είναι: $h = 2{,}5R$, όπου R η ακτίνα του κυκλικού μέρους διαδρομής.



Απάντηση



Στην ανώτατη θέση της τροχιάς (Β):

$$\Sigma F_{(R)} = F_\kappa \Leftrightarrow N + mg = \frac{m\upsilon^2}{R} \xrightarrow[N\simeq 0]{\text{οριακά}} mg = \frac{m\upsilon^2_{min}}{R} \Leftrightarrow \upsilon_{min} = \sqrt{gR} \qquad (1)$$

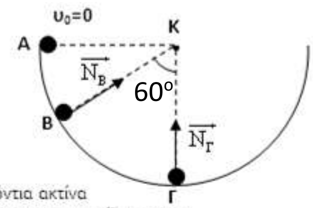
$$\text{ΑΔΜΕ}: K_A + U_A = K_B + U_B \Leftrightarrow$$

$$mg\left(h - 2R\right) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Leftrightarrow$$

$$h - 2R = \frac{\upsilon^2}{2g} \Leftrightarrow$$

$$h = 2R + \frac{\upsilon^2}{2g} \xrightarrow[\upsilon_{min}=\sqrt{gR}]{\text{για}} h_{min} = 2R + \frac{R}{2} = 2{,}5R$$

3. Από τη θέση Α του λείου ημικυκλικού κατακόρυφου οδηγού του σχήματος, αφήνεται να ολισθήσει σφαιρίδιο μικρών διαστάσεων.
Εξετάστε αν το μέτρο της κάθετης αντίδρασης επαφής από το δάπεδο στις θέσεις Β και Γ είναι αντίστοιχα: $N_B = \dfrac{3mg}{2}$ $\quad N_\Gamma = 3mg$



ΚΑ: οριζόντια ακτίνα
ΚΒ: ακτίνα που σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία 60°

Απάντηση

ΑΔΜΕ:

$$K_A + U_A = K_B + U_B \quad (\text{Θεωρούμε } U_B = 0) \Leftrightarrow$$

$$0 + mgh_A = \frac{1}{2}m\upsilon_B^2 \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_B = \sqrt{2gh_A} \Leftrightarrow$$

$$\text{όπου } h_A = R \cdot \sigma\upsilon\nu 60^o = \frac{R}{2}$$

Άρα: $\upsilon_B = \sqrt{gR} \quad (1)$

Όμως:

$$\Sigma F_{(R)} = F_\kappa \Leftrightarrow N_B - mg\sigma\upsilon\nu 60^o = \frac{m\upsilon_B^2}{R} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$N_B = mg\sigma\upsilon\nu 60^o + \frac{m \cdot gR}{R} = \frac{mg}{2} + mg = \frac{3mg}{2}$$

$$\text{ΑΔΜΕ}: K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \quad (\text{Θεωρούμε } U_\Gamma = 0) \Leftrightarrow$$

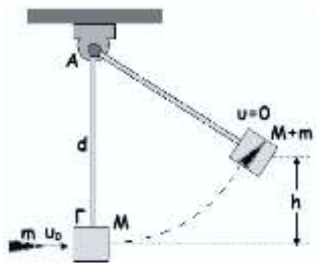
$$mgR = \frac{1}{2}m{\upsilon_\Gamma}^2 \Leftrightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2gR} \quad (2)$$

Όμως:

$$\Sigma F_{\Gamma(R)} = F_{\kappa_\Gamma} \Leftrightarrow N_\Gamma - mg = \frac{m\upsilon_\Gamma^2}{R} \overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$N_\Gamma = mg + \frac{m \cdot 2gR}{R} = 3mg$$

4. Ξύλινος κύβος μάζας M=1950g είναι στερεωμένος στη μια άκρη Γ αβαρούς ράβδου της οποίας η άλλη άκρη Α μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το Α. Ο κύβος ισορροπεί όταν η ράβδος είναι κατακόρυφη. Ένα βλήμα μάζας m=50g κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0=80m/s και σφηνώνεται σχεδόν ακαριαία, στο κέντρο μάζας του κύβου, προκαλώντας την ανύψωσή του κατά h. Να βρείτε:



α. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος βλήμα-κύβος, αμέσως μετά την κρούση.

β. την ανύψωση h του κύβου.

γ. το επί τοις % ποσοστό της απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα – κύβος κατά την κρούση.

δ. Βρείτε την ελάχιστη ταχύτητα την οποία θα έπρεπε να έχει το βλήμα ώστε το συσσωμάτωμα να κάνει οριακή ανακύκλωση.

Δίνεται: $g = 10\frac{m}{s^2}$ και $d = 0,4m$.

Απάντηση

α. ΑΔΟ : $\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετά} \Rightarrow mu_0=(m+M)V \Rightarrow V=2m/s$.

β. ΑΔΜΕ:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}(m+M)\cdot V^2 + 0 = 0 + (m+M)\cdot g\cdot h \Leftrightarrow$$

$$h = \frac{V^2}{2g} = 0,2m$$

γ. $K_{ολ_{πριν}} = \frac{1}{2}mu_0^{\ 2} = 160J$

$K_{ολ_{μετά}} = \frac{1}{2}(m+M)V^2 = 4J$

Άρα $E_{απωλειών} = 160J - 4J = 156J \ \left(= Q_{κρούσης}\right)$

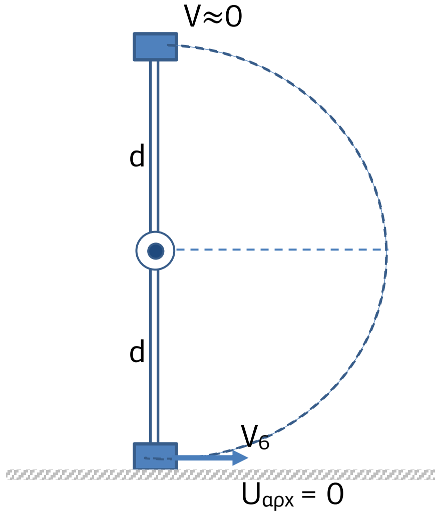
$\frac{E_{απωλειών}}{K_{ολ_{πριν}}} = \frac{156J}{160J} = 0,975 = 97,5\%$

δ. Για να κάνει οριακά ανακύκλωση το σύστημα, αρκεί η ράβδος στην πάνω κατακόρυφη θέση σχεδόν να σταματήσει δηλ. για το συσσωμάτωμα $V \simeq 0$
ΑΔΜΕ για το συσσωμάτωμα:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}(m+M)\cdot V_σ^{\ 2} + 0 = 0 + (m+M)\cdot g\cdot 2d \Leftrightarrow$$

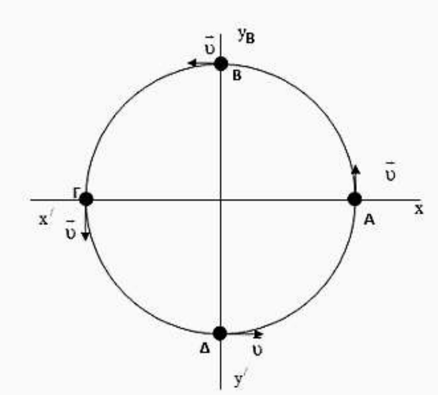
$$V_σ = \sqrt{4gd} = \sqrt{16} = 4\frac{m}{s}$$



ΑΔΟ:

$$mu_0 = (m+M)V \Rightarrow u_0 = \frac{(m+M)V}{m} = 160\frac{m}{s}$$

5. Μικρό σώμα μάζας 0,1kg κάνει ομαλή κυκλική κίνηση σε τροχιά ακτίνας $R = \frac{16}{\pi} m$. Τη στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση Α και σε χρόνο 4 sec διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση Β. Χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις και να αιτιολογήσετε τον χαρακτηρισμό:



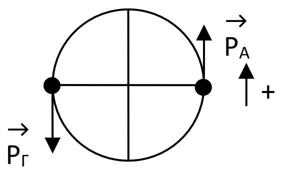
α. η περίοδος της κίνησης είναι 16 sec.	Σ	Λ
β. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι 2m/s.	Σ	Λ
γ. η μεταβολή της ορμής ανάμεσα στις θέσεις Α και Γ έχει μέτρο $0,4 kgm/s$.	Σ	Λ
δ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής ανάμεσα στις θέσεις Α και Δ είναι $0,2\sqrt{2} kgm/s$.	Σ	Λ
ε. το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης είναι $\frac{\pi}{4}N$.	Σ	Λ

Απάντηση

α. Επειδή η κίνηση είναι ομαλή κυκλική το σώμα σε ίσους χρόνους διαγράφει ίσα τόξα. Το τόξο ΑΒ είναι τεταρτοκύκλιο, επομένως:

$T = 4 \cdot t_{AB} = 4 \cdot 4 \sec = 16 \sec$ → Σωστό

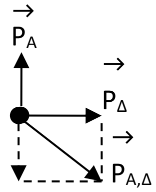
β. $\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \overset{(SI)}{=} \frac{2\pi \frac{16}{\pi}}{16} = 2m/s$ → Σωστό



γ. Είναι $P_A = P_\Gamma = m\upsilon = 0,2kgm/s\ (\mu\acute{\varepsilon}\tau\rho\alpha)$

$\Delta P_{A,\Gamma} = P_\Gamma - P_A = -m\upsilon - m\upsilon = 0,4kgm/s$,

άρα $\left|\Delta P_{A,\Gamma}\right| = -0,4kgm/s$ → Σωστό



δ. Για τα μέτρα $P_A = P_\Delta = m\upsilon$

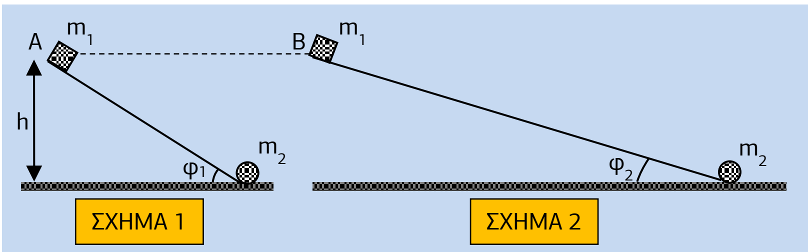
$\Delta\vec{P}_{A,\Delta} = \vec{P}_\Delta - \vec{P}_A = \vec{P}_\Delta + (-\vec{P}_A)$

Επομένως:

$|\Delta\vec{P}_{A,\Delta}| = \sqrt{P_A{}^2 + P_\Delta{}^2} = \sqrt{2(m\upsilon)^2} = m\upsilon\sqrt{2} = 0,2kgm/s \longrightarrow$ Σωστό

ε. $F_k = \frac{m\upsilon^2}{R} \overset{(SI)}{=} \frac{\frac{0,1\cdot 2^2}{1}}{\frac{16}{\pi}} = \frac{0,1\cdot 4\pi}{16} = \frac{\pi}{40}N$ → Λάθος

6. Από τα σημεία Α και Β των λείων κεκλιμένων επιπέδων του σχήματος αφήνουμε να μετακινηθούν δύο όμοια σώματα μάζας m_1. Όταν τα σώματα φτάσουν στη βάση των αντίστοιχων επιπέδων συγκρούονται πλαστικά με αρχικά ακίνητα όμοια σώματα μάζας m_2. Αν μετά την κρούση τα σώματα m_1 ακινητοποιηθούν να βρείτε:



α. Το σώμα m_2 ποιου σχήματος θα αποκτήσει μετά την κρούση:

i. μεγαλύτερη ορμή;

ii. Μεγαλύτερη κιντική ενέργεια;

β. Σε ποια από τις δύο κρούσεις θα έχουμε περισσότερη θερμότητα;

Απάντηση

α. ΑΔΜΕ για καθένα από τα σώματα:

$$\overset{0}{\cancel{K_A}} + U_A = K_{\beta\acute{\alpha}\sigma\eta} + \overset{0}{\cancel{U_{\beta\acute{\alpha}\sigma\eta}}} \Leftrightarrow \cancel{m_1}gh = \frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_1{}^2 \Leftrightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} \to \text{ίδια}$$

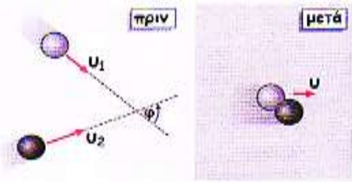
β. Κατά την πλαστική κρούση εφόσον έχουμε συσσωμάτωμα και το m_1 ακινητοποιείται, τότε ακινητοποιημένο είναι και το συσσωμάτωμα. Αυτό σημαίνει ότι $m_2 >> m_1$.

i. $P_{\sigma\upsilon\sigma\sigma} = 0$ → το m_2 δεν έχει ορμή καμία περίπτωση.

ii. $K_{\sigma\upsilon\sigma\sigma} = 0$ → το m_2 δεν έχει κινητική ενέργεια σε καμία περίπτωση.

$$Q_{\kappa\rho o\acute{\upsilon}\sigma\eta\varsigma} = K_{o\lambda_{\pi\rho\iota\nu}} - \overset{0}{\cancel{K_{o\lambda_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}}}} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1{}^2 \to \text{ίδια}$$

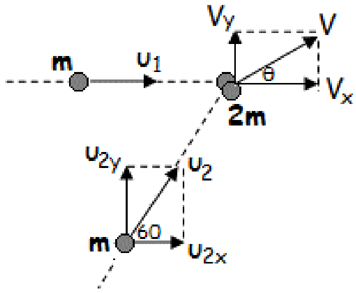
7. Δύο σώματα με ίσες μάζες κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες μέτρων υ_1=1m/s και υ_2=2m/s που σχηματίζουν γωνία 60° μεταξύ τους.



Αν τα σώματα συγκρουστούν πλαστικά, βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Απάντηση

Είναι:



$$υ_{2x} = υ_2 συν60^0 = 1\frac{m}{s} \text{ και } υ_{2y} = υ_2 ημ60^0 = \sqrt{3}\frac{m}{s}$$

ΑΔΟ στον x΄x άξονα:

$$\vec{p}_{ολ,πριν x} = \vec{p}_{ολ,μετάx} \Rightarrow mυ_1 + mυ_{2x} = 2mV_x \Rightarrow V_x = 1m/s$$

ΑΔΟ στον y΄y άξονα:

$$\vec{p}_{ολ,πριν y} = \vec{p}_{ολ,μετάy} \Rightarrow 0 + mυ_{2y} = 2mV_y \Rightarrow V_y = \sqrt{3}/2 m/s$$

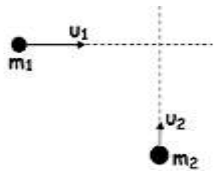
$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{3}{4}} \Rightarrow \boxed{V = \frac{\sqrt{7}}{2}\frac{m}{s}}$$

με διεύθυνση:

$$εφθ = \frac{V_y}{V_x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} \Rightarrow \boxed{εφθ = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

8. Δύο σφαίρες με μάζες m_1=2Kg και m_2=3Kg κινούνται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $υ_1$=4m/s και $υ_2$ κάθετες μεταξύ τους. Οι σφαίρες συγκρούονται πλαστικά και η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι V=2m/s.

Να υπολογίσετε:



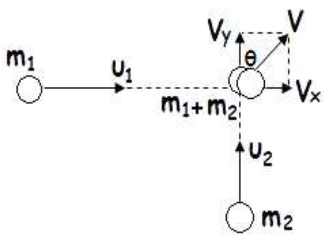
α. την ταχύτητα $υ_2$.

β. την απώλεια ενέργειας κατά την κρούση.

γ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής της m_2.

Απάντηση

α. Αναλύουμε την ταχύτητα V του συσσωματώματος σε δύο κάθετες συνιστώσες V_x, και V_y και εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) στους άξονες x΄x και y΄y.



Οπότε έχουμε:

$$p_{ολ,x}^{πριν} = p_{ολ,x}^{μετά} \Rightarrow m_1 υ_1 + 0 = (m_1 + m_2)V_x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V_x = \frac{m_1 υ_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow V_x = 1{,}6\frac{m}{s}$$

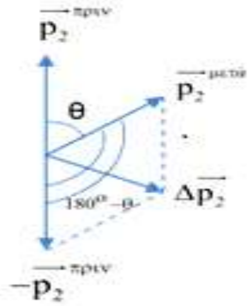
Όμως $V^2 = V_x^2 + V_y^2 \Rightarrow V_y = \sqrt{V^2 - V_x^2} \Rightarrow V_y = 1{,}2\frac{m}{s}$

και $p_{ολ,y}^{πριν} = p_{ολ,y}^{μετά} \Rightarrow 0 + m_2 υ_2 = (m_1 + m_2)V_y \Rightarrow υ_2 = \frac{(m_1 + m_2)V_y}{m_2} \Rightarrow \boxed{υ_2 = 2\frac{m}{s}}$

β. $E_{απωλ} = K_{ολ}^{πριν} - K_{ολ}^{μετά} = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 16J + 6J - 10J \Rightarrow \boxed{E_{απωλ} = 12J}$

γ. $Δ\vec{p}_2 = \vec{p}_{2,μετά} - \vec{p}_{2,πριν} = \vec{p}_{2,μετά} + (-\vec{p}_{2,πριν})$

Η γωνία ανάμεσα στα διανύσματα $\vec{p}_{2,μετά}$ και $-\vec{p}_{2,πριν}$ είναι $φ = 180^\circ - θ$.



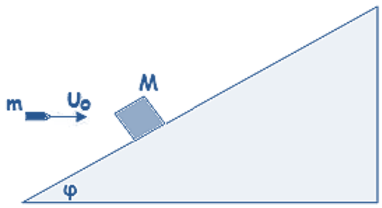
Τότε: $συνφ = συν(180^\circ - θ) = -συνθ = -\frac{V_y}{V} = -\frac{1{,}2}{2} = -0{,}6$

Επομένως:

$$Δp_2 = \sqrt{(p_2^{πριν})^2 + (p_2^{μετά})^2 + 2(p_2^{πριν})^2 \cdot (p_2^{μετά})^2 \cdot συνφ} \overset{(SI)}{\Rightarrow}$$

$$Δp_2 = \sqrt{(m_2 V)^2 + (m_2 υ_2)^2 - 2m_2 V m_2 υ_2 0{,}6} \overset{(SI)}{\Rightarrow}$$
$$\Rightarrow Δp_2 = \sqrt{36 + 36 - 43{,}2} \Rightarrow \boxed{Δp_2 = \sqrt{28{,}8}\,kg\frac{m}{s}}$$

9. Σώμα μάζας M=4,8Kg στηρίζεται σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσης φ=30°. Βλήμα μάζας m=0,2Kg κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $υ_0$=200m/s, σφηνώνεται στο σώμα. Αν υποθέσουμε ότι το σφήνωμα γίνεται ακαριαία, να βρείτε πόσο θα μετακινηθεί το συσσωμάτωμα αν:

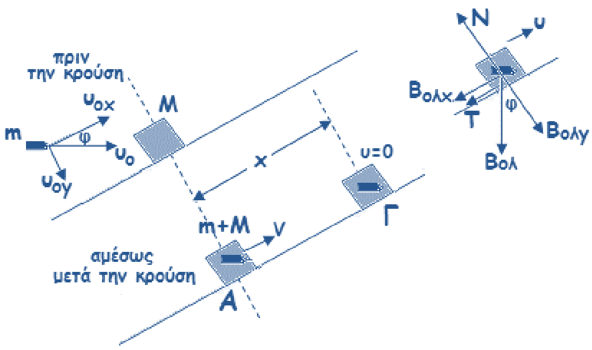


α. δεν υπάρχουν τριβές ανάμεσα στο συσσωμάτωμα και στο επίπεδο,

β. αν υπάρχουν τριβές με συντελεστή $μ = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Δίνεται $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Απάντηση

Κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου (διεύθυνση) x΄x,



ΑΔΟ: $\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετά} \Rightarrow m υ_{0x} = (m+M)V \Rightarrow V = \frac{m}{m+M} υ_0 συνφ \Rightarrow V = 4\sqrt{3}$ m/s.

α. ΘΜΚΕ Α → Γ:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = ΣW \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = W_B + W_N \Rightarrow -\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = -B_{ολx}x$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = -(m_1+m_2)gημφx \Rightarrow x = \frac{V^2}{2gημφ} = \frac{(4\sqrt{3})^2}{2\cdot 10\cdot \frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{x = 4{,}8m}$$

β. επιπλέον έχουμε τριβή: $T = μN = μB_{ολ_y} = μ(m_1+m_2)gσυνφ$

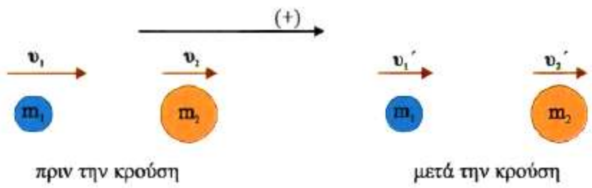
ΘΜΚΕ Α → Γ: $-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = -B_{ολ_x}x - Tx \Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = -(m_1+m_2)gημφx - μ(m_1+m_2)gσυνφx \Rightarrow$$

$$x = \frac{V^2}{2gημφ + 2μgσυνφ} \Rightarrow x = \frac{48}{15}m \Rightarrow \boxed{x = 3{,}2m}$$

10. Ελαστική χαρακτηρίζεται η κρούση στην οποία η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

Σφαιρίδια μάζας m_1=2kg και m_2=3kg αντίστοιχα, κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες που έχουν μέτρα $υ_1$=10m/s και $υ_2$=5m/s αντίστοιχα. Αν η κρούση των σωμάτων θεωρηθεί κεντρική και ελαστική, βρείτε τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.



Απάντηση

Α.Δ.Ο. $\vec{P}_{συστ,πριν} = \vec{P}_{συστ,μετά} \Rightarrow m_1υ_1 + m_2υ_2 = m_1υ_1' + m_2υ_2'$ (1)

ή $m_1(υ_1 - υ_1') = m_2(υ_2' - υ_2)$ (2).

Επειδή η κρούση θεωρείται ελαστική:

$$K_{συστ,πριν} = K_{συστ,μετά} \Longrightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2^2 = \frac{1}{2}m_1 υ_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_2'^2 \quad (3)$$

ή

$$m_1(υ_1^2 - υ_1'^2) = m_2(υ_2'^2 - υ_2^2) \Longrightarrow$$

$$m_1(υ_1 + υ_1')(υ_1 - υ_1') = m_2(υ_2' + υ_2)(υ_2' - υ_2) \quad (4).$$

Διαιρώντας κατά μέλη και τις δυο σχέσεις (4) και (2) (στο σημείο αυτό αναρωτηθείτε γιατί $υ_1 - υ_1' \neq 0$ και $υ_2 - υ_2' \neq 0$ έτσι ώστε η διαίρεση να είναι δυνατή) προκύπτει ότι: $\frac{(4)}{(2)} \rightarrow υ_1 + υ_1' = υ_2' + υ_2 \quad (5).$

Η σχέση (1) με την βοήθεια της σχέσης (5) μας δίνει ότι:

$$\boxed{\begin{aligned} υ_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}υ_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}υ_2 \\ υ_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2}υ_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}υ_2 \end{aligned}}$$

Αντικαθιστώντας τις δοσμένες τιμές : $υ_1' = \frac{2-3}{2+3}10 + \frac{2 \cdot 3}{2+3}5 = \boxed{4m/s}$

$$υ_2' = \frac{2 \cdot 2}{2+3}10 + \frac{3-2}{2+3}5 = \boxed{9m/s}$$

11.Σφαίρα μάζας m συγκρούεται ελαστικά και όχι κεντρικά με ακίνητη όμοια σφαίρα σε λείο δάπεδο. Δείξτε ότι μετά την κρούση τα σώματα θα κινηθούν σε κάθετες διευθύνσεις.

Πριν την κρούση:

Μετά την κρούση:

Απάντηση

Α.Δ.Ο.:

$$\vec{p}_{ολ,πριν x} = \vec{p}_{ολ,μετάx} \Longrightarrow mυ = \sqrt{(mυ_1')^2 + (mυ_2')^2 + 2mυ_1' mυ_2' \cdot συνφ}$$

$$\Rightarrow m^2\upsilon^2 = m^2\upsilon_1'^2 + m^2\upsilon_2'^2 + 2m^2\upsilon_1'\upsilon_2'\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1'^2 + \upsilon_2'^2 + 2\upsilon_1'\upsilon_2'\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική:

$$K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1'^2 + \upsilon_2'^2 \quad (2)$$

$$(1)\overset{(2)}{\Rightarrow}\upsilon^2 = \upsilon^2 + 2\upsilon_1'\upsilon_2'\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow \boxed{\varphi = 90^\circ}$$

12. Αυτοκίνητο μάζας 10^3Kg είναι σταματημένο σε παγωμένο δρόμο όπου οι τριβές είναι αμελητέες. Ένα δεύτερο αυτοκίνητο ίδιας μάζας με το πρώτο συγκρούεται μετωπικά με αυτό έχοντας ταχύτητα 18Km/h. Μετά τη σύγκρουση η συνολική κινητική ενέργεια των οχημάτων είναι το μισό της κινητικής ενέργειας που είχε το δεύτερο αυτοκίνητο πριν την κρούση. Τότε η κρούση είναι:

α. ελαστική;

β. ανελαστική χωρίς συσσωμάτωμα;

γ. ανελαστική με συσσωμάτωμα;

(Επιλέξτε τη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε.

Απάντηση

$$K_{\text{ολ}_{\text{μετά}}} = \frac{K_{\text{πριν}}}{2} < K_{\text{ολ}_{\text{πριν}}} \rightarrow \text{ανελαστική κρούση}$$

Έστω υ_1 και υ_2 οι ταχύτητες των οχημάτων μετά την κρούση:

$$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m}\upsilon_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m}\upsilon_2^2 = \cancel{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}\cancel{m}\upsilon^2 \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\upsilon^2 \Leftrightarrow \boxed{2\upsilon_1^2 + 2\upsilon_2^2 = \upsilon^2} \quad (1)$$

ΑΔΟ:

$$m\upsilon = m\upsilon_1 + m\upsilon_2 \Leftrightarrow \boxed{\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2} \quad (2)$$

$$(1)\overset{(2)}{\rightarrow}2\upsilon_1^2 + 2\upsilon_2^2 = (\upsilon_1 + \upsilon_2)^2 \Leftrightarrow$$

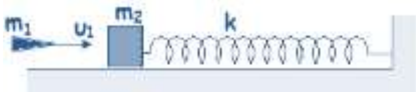
$$2\upsilon_1^2 + 2\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2 + \upsilon_2^2 \Leftrightarrow$$

$$\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 - 2\upsilon_1\upsilon_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_1 = \upsilon_2 \rightarrow \text{συσσωμάτωμα}}$$

Σωστή είναι η επιλογή (γ.

13. Το ιδανικό ελατήριο του σχήματος έχει το φυσικό του μήκος. Βλήμα μάζας m_1=0,2Kg σφηνώνεται με ταχύτητα υ_1=100m/s στο σώμα μάζας m_2=4,8Kg, με αποτέλεσμα το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά $\Delta\ell = 0,2\text{m}$. Αν ο

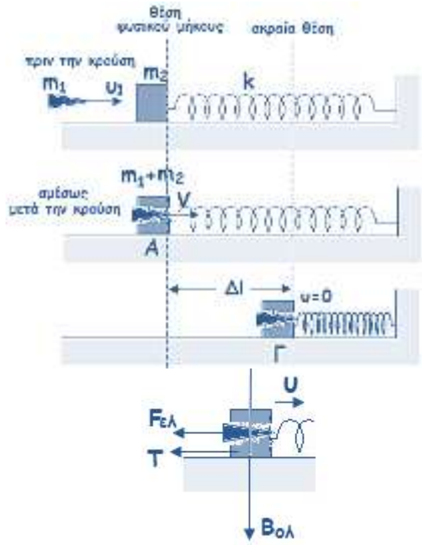


συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος μάζας m_2 και του εδάφους είναι μ=0,1, να βρείτε:

α. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
β. τη σταθερά του ελατηρίου.

Δίνεται: $g = 10\frac{m}{s^2}$

Απάντηση



α. ΑΔΟ: $\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετά} \Longrightarrow$

$m_1 υ_1 = (m_1+m_2)V \Longrightarrow V = \frac{0,2 \cdot 100}{5} υ_1 \Longrightarrow V = 4$ m/s.

β. ΘΜΚΕ Α → Γ: $K_{τελ} - K_{αρχ} = ΣW \Rightarrow$

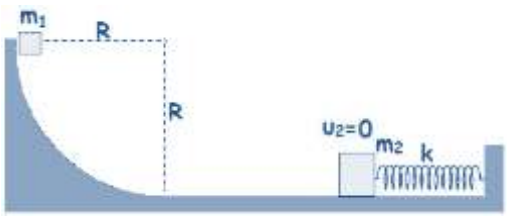
$$0 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = W_{F_{τελ}} + W_T + \cancel{W_B}^{0} + \cancel{W_N}^{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = -\frac{1}{2}k\Delta l^2 - T\Delta l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}5 \cdot 4^2 = -\frac{1}{2}k0,2^2 - 5 \cdot 0,2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40 = 0,02k + 1 \Rightarrow 0,02k = 39 \Rightarrow k = \frac{39}{0,02} \Rightarrow \boxed{k = 1950\frac{N}{m}}$$

14. Αφήνουμε σώμα μάζας m_1=3kg ελεύθερο από κορυφή τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=3,2m. Όταν φθάνει στη βάση του συνεχίζει οριζόντια και συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας m_2=1kg που δένεται στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



α. Πόσο θα κινηθεί το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία (απόσταση x_{max});

β. Ποια η ταχύτητά του στη θέση $x = 0,6 \cdot x_{max}$; Δίνεται: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Απάντηση

α. ΑΔΜΕ για την κίνηση στο τεταρτοκύκλιο:

$$m_1 gR = \frac{1}{2}m_1 υ_1^2 \Leftrightarrow υ_1 = \sqrt{2gR} = 8\frac{m}{s}$$

Με αυτή την ταχύτητα θα συγκρουστεί με το $Σ_2$, γιατί το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο.

ΑΔΟ: $m_1 υ_1 = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow \boxed{V = 6\frac{m}{s}}$

ΘΜΚΕ για τη συσπείρωση:

$K_{τελ} - K_{αρχ} = ΣW \Rightarrow$

$$0-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = W_{F_{ελ}} + \overset{0}{\cancel{W_{B_{ολ}}}} + \overset{0}{\cancel{W_N}} \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = 0-\frac{1}{2}Kx_{max}{}^2 \Rightarrow \boxed{x_{max}=1,2m}$$

β. ΘΜΚΕ από τη θέση που έχει η κρούση (ΘΦΜ) μέχρι τη θέση $x=0,6x_{max}=0,72m$

$$K_{τελ}-K_{αρχ}=ΣW \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)υ^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = 0-\frac{1}{2}κx^2 \Rightarrow \boxed{υ=4,8\frac{m}{s}}$$

15. Σώμα μάζας m_1=1kg αφήνεται από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους h=2,4m. Κατά την κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο χάνει το 25% της ενέργειάς του. Συνεχίζει στο λείο οριζόντιο επίπεδο και κολλά στο σώμα μάζας m_2=2kg που δένεται σε ελατήριο σταθεράς k=75N/m. Ποια η συσπείρωση του ελατηρίου όταν το συσσωμάτωμα σταματά στιγμιαία; Δίνεται: $g=10\frac{m}{s^2}$.

Απάντηση

Αφού χάνει το 25% της ενέργειάς του, του απομένει το 75%, δηλαδή:

$$E_{μηχ_{βάση}} = 75\% \cdot E_{μηχ_{αρχική}} \Rightarrow$$

$$\cancel{m_1}gh = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\cancel{m_1}υ_1{}^2 \Rightarrow$$

$$υ_1=\sqrt{\frac{8gh}{3}}=8\frac{m}{s}$$

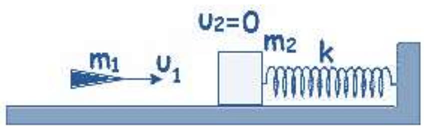
ΑΔΟ: $m_1υ_1=(m_1+m_2)V \Rightarrow V=\frac{8}{3}\frac{m}{s}$

ΘΜΚΕ (για τη συσπείρωση):

$$K_{τελ}-K_{αρχ}=ΣW \Rightarrow$$

$$0-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = 0-\frac{1}{2}κx_{max}{}^2 \Rightarrow \boxed{x_{max}=0,4m}$$

16. Βλήμα μάζας m_1=250g κινείται οριζόντια και προσκρούει με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=100m/s σε ακίνητο ξύλινο κύβο μάζας m_2=12,25kg. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο συμπιέζοντας ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=100N/m. Το ελατήριο είναι τοποθετημένο με τον άξονά του κατά τη διεύθυνση της κίνησης του βλήματος και το άλλο του άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο κατακόρυφο τοίχωμα. Επιπλέον το ελατήριο έχει το ελεύθερο άκρο του σ' επαφή με τον κύβο και βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Δεδομένου ότι ο συντελεστής



τριβής ολίσθησης μεταξύ του συσσωματώματος και του επιπέδου είναι μ=0,2, να βρείτε :

α. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την μετωπική κρούση.

β. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του βλήματος κατά την κρούση.

γ. τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.

Δίνεται: $g = 10\dfrac{m}{s^2}$.

Απάντηση

α. ΑΔΟ: $m_1 \upsilon_1 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = 2\dfrac{m}{s}$

β. $\Delta P_1 = P_1' - P_1 = m_1 V - m_1 \upsilon = m_1 (V - \upsilon) = -24,5 kg\dfrac{m}{s}$

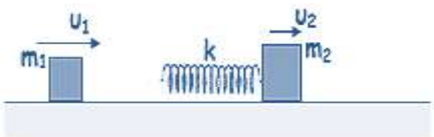
Επομένως: $|\Delta P_1| = 24,5 kg\dfrac{m}{s}$

γ. ΘΜΚΕ:

$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Rightarrow$

$$0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = 0 - \frac{1}{2}\kappa x_{max}{}^2 - \mu(m_1 + m_2) g x_{max} \Rightarrow \boxed{x_{max} = 0,5m}$$

17. Ένας κύβος μάζας $m_1 = 2Kg$ κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 10\, m/s$.
Μπροστά του, στην ίδια κατεύθυνση, κινείται ομαλά ένας άλλος κύβος μάζας $m_2 = 8Kg$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 5\, m/s$.
Στην πίσω πλευρά του δεύτερου κύβου είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο φυσικού μήκους $\ell_o = 1m$ και σταθεράς $k = 1000 N/m$.



Ο άξονας του ελατηρίου συμπίπτει με την ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας των δύο κύβων. Να βρείτε:

α. την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν οι κύβοι.

β. τις ταχύτητες με τις οποίες κινούνται μετά από τον αποχωρισμό τους.

Απάντηση

α. Στην ελάχιστη απόσταση τα σώματα θα έχουν ίσες ταχύτητες . Τότε σύμφωνα με την ΑΔΟ για το σύστημα: μάζα m_1-μάζα m_2-ελατήριο ισχύει ότι

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon + m_2\upsilon \Rightarrow 60 = 10\upsilon \Rightarrow \upsilon = 6\frac{m}{s}$$

και από Α.Δ.Ε., $K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m_1{\upsilon_1}^2 + \frac{1}{2}m_2{\upsilon_2}^2 + 0 = \frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 5^2 = 360 + 1000\Delta l^2 \Rightarrow 40 = 1000\Delta l^2 \Rightarrow \boxed{\Delta l = 0,2m}.$$

β. Επειδή η κρούση είναι κεντρική – ελαστική,
$\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$ (Α.Δ.Ο.) και $K_{o\lambda_{\alpha\rho\chi}} = K_{o\lambda_{\tau\varepsilon\lambda}}$, συμπεραίνουμε ότι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 = \left(\frac{2 - 8}{2 + 8} \cdot 10 + \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} \cdot 5\right)\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\upsilon_1' = 2\,\frac{m}{s}}$$

και

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\upsilon_2 = \left(\frac{2\cdot 2}{2+8} \cdot 10 + \frac{8-2}{2+8} \cdot 5\right)\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\upsilon_2' = 7\,\frac{m}{s}}.$$

<u>Επιμέλεια</u>: Γκιώνη Βασιλική