ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 1ου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

1. Γ

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma F = M\cdot\alpha_{CM} \\ \Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R \\ \alpha_{CM} = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} Mg - T = M\cdot\alpha_{CM} \\ T\cdot\cancel{R} = \frac{1}{2}\cdot M\cdot R^{\cancel{2}}\cdot\frac{a_{CM}}{\cancel{R}} \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} Mg\text{-}T = M\cdot\alpha_{CM} \\ T = \frac{1}{2}\cdot M\cdot\alpha_{CM} \end{array}\right\} \xrightarrow{\div} \frac{Mg-T}{T} = 2 \rightarrow Mg - T = 2T \rightarrow \boxed{T = \frac{Mg}{3}}$$

2. Β

3. Β

Α.Δ.Ο: $\vec{P}_{\text{ολ}_{\text{πριν}}} = \vec{P}_{\text{ολ}_{\text{μετα}}}$ $m_1\cdot\upsilon_1 - m_2\cdot\upsilon_2 = 0 \rightarrow 2\cdot\cancel{m}\cdot\upsilon_1 = 3\cdot\cancel{m}\cdot\upsilon_2 \rightarrow \upsilon_2 = \frac{2\cdot\upsilon_1}{3}$ (1)

Είναι $K_1 = K = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot v_1^2 \rightarrow K = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot m\cdot v_1^2 \rightarrow K = m\cdot v_1^2$ (2)

Επίσης:

$$K_2 = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot m\cdot\upsilon_2^2 \xrightarrow{(1)} K_2 = \frac{1}{2}3\cdot m\cdot\frac{4\cdot\upsilon_1^2}{9} \rightarrow K_2 = \frac{2}{3}\cdot m\cdot\upsilon_1^2 \xrightarrow{(2)} K_2 = \frac{2}{3}\cdot K$$

Αφού το συσσωμάτωμα ακινητοποιήθηκε, όλη η κινητική ενέργεια των σωμάτων, έγινε θερμότητα.

Συνεπώς: $Q = K_1 + K_2 = K + \frac{2}{3}\cdot K \rightarrow \boxed{Q = \frac{5}{3}\cdot K}$

4. Α

$$f_A = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_1}{\upsilon_{\eta\chi}}\cdot f = \frac{\upsilon_{\eta\chi} + \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{5}}{\upsilon_{\eta\chi}}\cdot f = \frac{6}{5}\cdot f$$

Β. α → Σωστό
β → Σωστό
γ → Σωστό

$$K=\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2\xrightarrow{\omega=\frac{L}{I}}K=\frac{1}{2}\cdot\frac{L^2}{I}\ \text{και}\ K'=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{I}\rightarrow K'=\frac{K}{4},\ \text{οπότε:}$$

$$\%\Delta K=\frac{K'-K}{K}\cdot 100\%=\frac{\frac{K}{4}-K}{K}\cdot 100\%=-75\%$$

δ → Σωστό
ε → Λάθος (η απόσταση συνεχώς μειώνεται)

ΘΕΜΑ 2ο

1. Σωστό το (iii).

Αιτιολόγηση:

Την στιγμή $t=\frac{3\ln 2}{\Lambda}$ το πλάτος είναι: $A=A_0\cdot e^{-\Lambda\frac{3\ln 2}{\Lambda}}\rightarrow A=A_0\cdot e^{-3\ln 2}\rightarrow$
$A=A_0\cdot e^{\ln 2^{-3}}\rightarrow A=A_0\cdot 2^{-3}\rightarrow A=\frac{A_0}{8}$

και η ενέργεια: $E=\frac{1}{2}\cdot D\cdot A^2=\frac{1}{2}\cdot D\cdot\left(\frac{A_0}{8}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot D\cdot\frac{A_0^2}{64}\rightarrow E=\frac{E_0}{64}$

Συνεπώς η «απώλεια» ενέργειας του συστήματος στον παραπάνω χρόνο είναι

$$\Delta E=E_0-E=E_0-\frac{E_0}{64}\rightarrow\boxed{\Delta E=\frac{63}{64}E_0}$$

2. Σωστό το (ii)

Αιτιολόγηση:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Είναι} & E_1=\frac{1}{2}\cdot D_1\cdot A_1^2\rightarrow E_1=\frac{1}{2}\cdot m\cdot\omega^2\cdot A_1^2\\ \text{Επίσης} & E_2=\frac{1}{2}\cdot D_2\cdot A_2^2\rightarrow E_2=\frac{1}{2}m\cdot\omega^2\cdot A_2^2\end{array}\right\}\overset{A_1=A_2}{\Rightarrow}E_1=E_2$$

Για τη συνισταμένη ταλάντωση, το πλάτος είναι:

$$A'=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2\cdot A_1\cdot A_2\cdot\text{συν}\frac{2\pi}{3}}\rightarrow A'=\sqrt{2\cdot A_1^2+2\cdot A_1^2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}\rightarrow$$

$$\rightarrow A'=\sqrt{A_1^2}\rightarrow A'=A$$

Άρα $E=\frac{1}{2}\cdot D'\cdot A'^2=\frac{1}{2}m\cdot\omega^2\cdot A_1^2=E_1=E_2$

Συνεπώς: $E=E_1=E_2$

3. Σωστό το (iii)

__Αιτιολόγηση:__

Η φάση του Μ είναι:

$$\varphi_M = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) \xrightarrow[\varphi_M = 5\pi]{x_M = \frac{\lambda}{2}} 5\cancel{\pi} = 2\cancel{\pi}\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{5}{2} = \frac{t}{T} - \frac{1}{2} \rightarrow \frac{t}{T} = \frac{6}{2} \rightarrow t = 3T$$

Δηλαδή ο χρόνος ταλάντωσης του του Ο (x=0) είναι t=3T.
Όμως σε μια ταλάντωση η κινητική και η δυναμική ενέργεια εξισώνονται τέσσερις φορές σε κάθε περίοδο (*), επομένως συνολικά θα έχουμε 12 φορές την εξίσωση της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.
(*) Πράγματι,

$$K = U \rightarrow E - U = U \rightarrow U = \frac{E}{2} \rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}x^2 = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}A^2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}} \rightarrow x_1 = +\frac{A}{\sqrt{2}} \;\&\; x_2 = -\frac{A}{\sqrt{2}}$$

Όμως από κάθε θέση περνάει 2 φορές ανά περίοδο, άρα από τα σημεία με $x_1 = +\frac{A}{\sqrt{2}}$ και $x_2 = -\frac{A}{\sqrt{2}}$ περνάει συνολικά τέσσερις φορές ανά περίοδο.

4. Σωστό το (i).
__Αιτιολόγηση:__
Είναι ω=20π $\rightarrow \frac{2\pi}{T} = 20\pi \rightarrow T = \frac{1}{10}s$ και $f = 10Hz$.

Επίσης $x_2 = \upsilon \cdot t_0 = \frac{\lambda}{T} \cdot t_0 = \frac{\lambda}{\frac{1}{10}} \cdot 0,5 \rightarrow x_2 = 5\lambda$ και $x_1 = \frac{29\lambda}{6}$.

Η εξίσωση της συμβολής (για το σημείο Μ) είναι:

$$y_M = 2A\sigma\upsilon\nu\pi\frac{|x_2 - x_1|}{\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right) \rightarrow y_M = 0,1\sqrt{3}\eta\mu 2\pi\left(10t - \frac{59}{12}\right)$$

και ακόμα: $\upsilon_{MAX} = \omega A' = 20\pi \cdot 0,1\sqrt{3} \rightarrow \upsilon_{MAX} = 2\pi\sqrt{3}m/s$.

Άρα η εξίσωση ταχύτητας ταλάντωσης για το σημείο Μ, είναι:

$$\upsilon_M = 2\pi\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(10t - \frac{59}{12}\right)$$

(στο S.I και για $t \geq t_0 = 0,5s$).

ΘΕΜΑ 3ο

α. Σε κάθε ταλάντωση, το σημείο περνά δυο φορές από τη θέση ισορροπίας.
Άρα, τα 24 περάσματα, αντιστοιχούν σε Ν=12 πλήρεις ταλαντώσεις σε χρόνο t=3s.

Είναι $f=\frac{N}{t}=\frac{12}{3}\rightarrow f=4Hz$.

Συνεπώς ω=2πf $\rightarrow \boxed{\omega=8\pi\frac{rad}{s}}$

β. Το σημείο Ο, που είναι κοιλία με πλάτος $A'_{(0)}$, σε χρόνο μιας περιόδου διανύει διάστημα $4A'_{(0)}$.

Συνεπώς σε χρόνο t=3T διανύει συνολικά:

$s_{ολ}=3\cdot 4A'_{(0)}\rightarrow 1,2=12\cdot A'_{(0)}\rightarrow A'_{(0)}=0,1m$

Είναι:

$$\frac{\upsilon_{KYM}}{\upsilon_{MAX_{(0)}}}=\frac{1}{\pi}\rightarrow\frac{\lambda\cdot\varphi}{\omega\cdot A'_{(0)}}=\frac{1}{\pi}\rightarrow\lambda=\frac{\omega\cdot A'_{(0)}}{\pi\cdot f}$$

$$\rightarrow\lambda=\frac{8\pi\cdot 0,1}{\pi\cdot 4}\rightarrow\lambda=0,2m$$

Η απόσταση των δεσμών από το Ο είναι $x_\delta=(2N+1)\frac{\lambda}{4}$.

Το μήκος D του σχοινιού είναι ίσο με την απόσταση όπου βρίσκεται ο τελευταίος δεσμός, δηλαδή ο όγδοος για τον οποίο Ν=7.

Έτσι $D=x_{\delta_8}\rightarrow D=(2\cdot 7+1)\cdot\frac{0,2}{4}\rightarrow\boxed{D=0,75m}$.

γ. Είναι:

$$\left.\begin{array}{l} y=2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\omega t \\ 2A=A'_{(0)}\end{array}\right\}\rightarrow\boxed{y=0,1\sigma\upsilon\nu 10\pi x\eta\mu 8\pi t}\ (SI)$$

δ. Το σημείο Μ έχει πλάτος $A'_{(M)}=|0,1\sigma\upsilon\nu 10\pi\cdot 0,3|\rightarrow A'_{(M)}=0,1m$ (κοιλία).

Όταν το σημείο Ο (x=0) βρίσκεται στη θέση y=+0,05m→ $y=+\frac{A'_{(0)}}{2}$, τότε όλα τα σημεία του στάσιμου κύματος (πλην των δεσμών) θα βρίσκονται στη θέση $y=\pm\frac{A'}{2}$, συνεπώς κα το σημείο Μ.

Για την Γ. Α. Τ όμως αποδεικνύεται(*) ότι :

$$\upsilon=\pm\omega\sqrt{A^2-y^2}\rightarrow\upsilon_M=\pm\omega\sqrt{A^2-\frac{A^2}{4}}=\pm\omega\frac{A}{2}\sqrt{3}\xrightarrow{\mu\varepsilon\tau\rho o}$$

$$\rightarrow\boxed{\upsilon_M=0,4\pi\sqrt{3}m/s}$$

Επίσης για την επιτάχυνση ισχύει: $\alpha=-\omega^2 y\rightarrow\alpha_M=-\omega^2\frac{A}{2}\xrightarrow{\mu\varepsilon\tau\rho o}\boxed{\alpha_M=32\frac{m}{s^2}}$.

(*) Από Α.Δ.Ε.Τ K+U=E $\rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dy^2 = \frac{1}{2}DA^2$

$\rightarrow m\upsilon^2 = D(A^2 - y^2) \rightarrow \cancel{m}\upsilon^2 = \cancel{m}\omega^2(A^2 - y^2) \rightarrow$

$\rightarrow \upsilon = \pm\omega\sqrt{A^2 - y^2}$.

ΘΕΜΑ 4ο

α) Για την κίνηση του m_1 (Α→Γ) Θ.Μ.Κ.Ε έχουμε:

$$\Delta K = \Sigma W \rightarrow K_\Gamma - K_A = W_B \rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = -m_1gh \rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0 - 2gh} \rightarrow \boxed{\upsilon_1 = 4m/s}.$$

β) Η κίνηση του m_1 είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη, με σταθερή επιβράδυνση $g = 10m/s^2$.

Άρα $\upsilon_1 = \upsilon_0 - gt \rightarrow t = \frac{\upsilon_0 - \upsilon_1}{g} \rightarrow \boxed{t = 0,2s}$.

γ) Επειδή η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και τα σώματα έχουν ίσες μάζες $(m_1 = m_2)$, θα ανταλλάξουν ταχύτητες, άρα:

$\upsilon_1' = \upsilon_2 \rightarrow \boxed{\upsilon_1' = 0}$ και $\upsilon_2' = \upsilon_1 \rightarrow \boxed{\upsilon_2' = 4m/s}$.

Β. Στη συνέχεια, το m_2 εκτελεί Γ.Α.Τ με περίοδο:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{K}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{50}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{5}s$ και κυκλική συχνότητα:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \boxed{5rad/s}.$$

Επειδή η ταχύτητα υ_2' αποκτήθηκε στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, θα είναι η μέγιστη ταχύτητα, άρα:

$$\upsilon_2' = \omega \cdot A \rightarrow A = \frac{\upsilon_2'}{\omega} \rightarrow \boxed{A' = 0,8m}.$$

Επίσης, για την Γ.Α.Τ είναι $\left.\begin{matrix} x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \\ t = 0 \\ x = 0 \\ \upsilon > 0 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} 0 = \eta\mu\varphi_0 \\ \varphi_0 = 0 \\ \acute{\eta} \\ \varphi_0 = \pi \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\upsilon>0} \boxed{\varphi_{(0)} = 0}$

Η εξίσωση ταχύτητας της Γ.Α.Τ είναι :

$\upsilon = \upsilon_{MAX}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \boxed{\upsilon = 4\sigma\upsilon\nu 5t}$ (S.I).

Γ. Για την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας, είναι:

$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \rightarrow x = 0,8\eta\mu 5t$ (S.I).

Επίσης έχουμε: $\Sigma F = -Dx \xrightarrow{D=K} \Sigma F = -50 \cdot 0,8\eta\mu 5t \rightarrow$

και $\left.\begin{matrix}\Sigma F = -40\eta\mu 5t \\ \Sigma F = F_{\varepsilon\lambda} - B_2\end{matrix}\right\} \rightarrow \ \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - m_2 g = \Sigma F \rightarrow \boxed{F_{\varepsilon\lambda} = 20 - 40\eta\mu t}$ (S.I.)

Είναι: $F_{\varepsilon\lambda} = 0 \rightarrow 20 - 40\eta\mu 5t = 0 \rightarrow \eta\mu 5t = \frac{1}{2} \xrightarrow[\varphi o\rho\alpha]{1\eta} 5t_1 = \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{t_1 = \frac{\pi}{30}s}$

και $F_{\varepsilon\lambda} = F_{\varepsilon\lambda_{MAX}} = 60N(*) \rightarrow 20 - 40\eta\mu 5t = 60 \rightarrow \eta\mu 5t = -1$

$\xrightarrow[\varphi o\rho\alpha]{1\eta} 5t_2 = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \boxed{t_2 = \frac{3\pi}{10}s}$

(*) Στην Θ.Ι είναι ΣF=0 $\rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = B_2 \rightarrow K\Delta l_1 = m_2 g \rightarrow \Delta l_1 = 0,4m$.

Όταν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση ($x = -A$) της ταλάντωσης, τότε το ελατήριο έχει την μέγιστη παραμόρφωσή του.

$\Delta l_{MAX} = \Delta l_1 + A \rightarrow \Delta l_{MAX} = 1,2m$

και είναι $F_{\varepsilon\lambda_{MAX}} = K\Delta l_{MAX} \rightarrow F_{\varepsilon\lambda_{MAX}} = 60N$.

Δ. Είναι $x = 0,8\eta\mu 5t \xrightarrow{t=\frac{\pi}{10}s} x = 0,8\eta\mu\frac{\pi}{2} \rightarrow x = 0,8m$.

Δηλαδή το m_2 βρίσκεται στη θέση Ζ που είναι η ακραία θέση της Γ.Α.Τ (x=+A).

Έτσι:

α) $W_{B_2} = B_2 \cdot A\sigma\upsilon\nu 180 = 20 \cdot 0,8 \cdot (-1) \rightarrow \boxed{W_{B_2} = -16J}$

β) $W_{F_{\varepsilon\lambda}} = U_{\varepsilon\lambda}^{(\alpha\rho\chi)} - U_{\varepsilon\lambda}^{(\tau\varepsilon\lambda)} = \frac{1}{2}K\Delta l_{\alpha\rho\chi}^2 - \frac{1}{2}K\Delta l_{\tau\varepsilon\lambda}^2$

όμως $\left.\begin{matrix}\Delta l_{\alpha\rho\chi} = \Delta l_1 = 0,4m \\ \Delta l_{\tau\varepsilon\lambda} = A - \Delta l_1 = 0,4m\end{matrix}\right\} \longrightarrow \boxed{W_{F\varepsilon\lambda} = 0}$

γ) $W_{\Sigma F} = W_{B_2} + W_{F_{\varepsilon\lambda}} \rightarrow \boxed{W_{\Sigma F} = -16J}$

Εναλλακτικά: $W_{\Sigma F} = \Delta K = 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \rightarrow W_{\Sigma F} = -16J$

ή $W_{\Sigma F} = U_{TA\Lambda}^{\alpha\rho\chi} - U_{TA\Lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} = 0 - \frac{1}{2}KA^2 = -16J$.

Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 2ου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

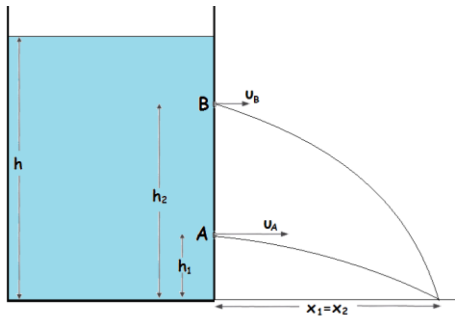
1. δ
2. δ
3. γ
4. γ

Β.

α. Σωστό
β. Σωστό
γ. Λάθος
δ. Σωστό
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ 2ο

1. $\boxed{\text{σωστό το (α)}}$



__Αιτιολόγηση__:

Από το θεώρημα Torricelli ισχύει ότι:

$$υ_A = \sqrt{2g(h-h_1)} \Rightarrow υ_A = \sqrt{2g(h-\frac{h}{4})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ_A = \sqrt{\frac{3gh}{2}}$$

και $υ_B = \sqrt{2g(h-h_2)} \Rightarrow υ_B = \sqrt{2g(h-\frac{3h}{4})} \Rightarrow υ_B = \sqrt{\frac{gh}{2}}$

Η κίνηση κάθε φλέβας στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση, άρα:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t_{καθ} = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

Οπότε: $t_{καθ,A} = \sqrt{\frac{2}{g}\frac{h}{4}} \Rightarrow t_{καθ,A} = \sqrt{\frac{h}{2g}}$ και $t_{καθ,B} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3h}{g \cdot 4}} \Rightarrow t_{καθ,B} = \sqrt{\frac{3h}{2g}}$

Για το βεληνεκές των δύο φλεβών είναι: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{υ_A t_A}{υ_B t_B} = \frac{\sqrt{\frac{3gh}{2}}\sqrt{\frac{h}{2g}}}{\sqrt{\frac{gh}{2}}\sqrt{\frac{3h}{2g}}} = 1 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

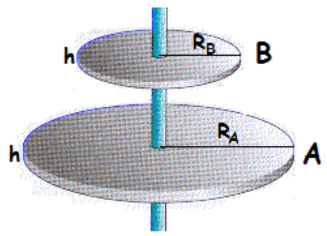
2. $\boxed{\text{σωστό το (β)}}$

<u>Αιτιολόγηση</u>:

$$\left.\begin{array}{l} y = 0{,}1\etaμ\frac{\pi}{2}(2t\text{-}6x) \Rightarrow y = 0{,}1\etaμ(\pi t\text{-}3\pi x) \\ y = A\etaμ2\pi(\frac{t}{T}\text{-}\frac{x}{\lambda}) \Rightarrow y = A\etaμ(2\pi\frac{t}{T}\text{-}2\pi\frac{x}{\lambda}) \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{σύγκριση}} \left\{\begin{array}{l} \pi t = 2\pi\frac{t}{T} \Rightarrow T = 2s \\ 3\pi x = 2\pi\frac{x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2}{3}m \end{array}\right.$$

Έτσι: $υ = \dfrac{\lambda}{T} \Rightarrow υ = \dfrac{\frac{2}{3}m}{2s} \Rightarrow \boxed{υ = \dfrac{1}{3}\dfrac{m}{s}}$

3. $\boxed{\text{σωστό το (δ)}}$



<u>Αιτιολόγηση</u>:

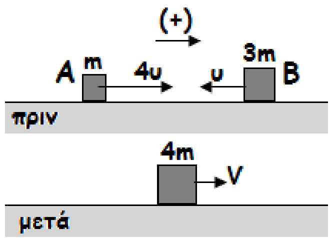
Οι δύο δίσκοι έχουν την ίδια πυκνότητα d, άρα:

$$d_A = d_B \Rightarrow \frac{M_A}{V_A} = \frac{M_B}{V_B} \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{\cancel{\pi}R_A^2\cancel{h}}{\cancel{\pi}R_B^2\cancel{h}} \overset{R_A=2R_B}{\Rightarrow} \frac{M_A}{M_B} = \frac{4\cancel{R_B^2}}{\cancel{R_B^2}} \Rightarrow M_A = 4M_B$$

Έτσι: $$\frac{I_A}{I_B} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}M_AR_A^2}{\cancel{\frac{1}{2}}M_BR_B^2} \underset{R_A=2R_B}{\overset{M_A=4M_B}{\Rightarrow}} \frac{I_A}{I_B} = \frac{4M_B(2R_B)^2}{M_BR_B^2} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 16 \Rightarrow \boxed{I_A = 16I_B}$$

4. $\boxed{\text{σωστό το (α)}}$

<u>Αιτιολόγηση</u>:



Κατά την πλαστική κρούση, το σύστημα των δύο σωμάτων θεωρείται μονωμένο (δηλαδή $\Sigma F_{εξ}=0$) άρα ισχύει η αρχή διατήρηση της ορμής (ΑΔΟ):

$$\vec{p}^{\,ολ}_{πριν} = \vec{p}^{\,ολ}_{μετά} \Rightarrow m4υ\text{-}3mυ = 4mV \Rightarrow V = \frac{υ}{4}$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που χάθηκε κατά την κρούση είναι:

$$\frac{E_{απωλ}}{K^{ολ}_{αρχ}} = \frac{K^{ολ}_{αρχ} - K^{ολ}_{τελ}}{K^{ολ}_{αρχ}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}m(4υ)^2 + \cancel{\frac{1}{2}}3mυ^2 - \cancel{\frac{1}{2}}4mV^2}{\cancel{\frac{1}{2}}m(4υ)^2 + \cancel{\frac{1}{2}}3mυ^2} =$$

$$\frac{16\cancel{m}υ^2 + 3\cancel{m}υ^2 - 4\cancel{m}(\frac{υ}{4})^2}{16\cancel{m}υ^2 + 3\cancel{m}υ^2} = \frac{19υ^2 - \frac{υ^2}{4}}{19υ^2} = \frac{\frac{75}{4}υ^2}{19υ^2} = \frac{75}{76}$$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Είναι $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \xrightarrow[\Delta x=3m]{\Delta\varphi=\frac{3\pi}{2}} \frac{3\pi}{2} = 2\pi\frac{3}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\lambda = 4m}$

Σε κάθε ταλάντωση το σημείο περνάει 2 φορές από τη θέση ισορροπίας του.

Άρα τα 36 περάσματα αντιστοιχούν σε Ν=18 ταλαντώσεις που γίνονται σε χρόνο t=3s.

Άρα $N = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{t}{N} \Rightarrow T = \frac{3}{18}s \Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{6}s}$ και η συχνότητα είναι: $f=\frac{1}{T} \Rightarrow f = 6Hz$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι: $\upsilon = \lambda f \Rightarrow \boxed{\upsilon = 24\frac{m}{s}}$

β. Είναι $\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega=12\pi\frac{rad}{s}$ και $\upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow A = \frac{\upsilon_{max}}{\omega} \Rightarrow A = \frac{1{,}2\pi}{12\pi}m \Rightarrow A = 0{,}1m$

Οι εξισώσεις των κυμάτων που διαδίδονται κατά την θετική και την αρνητική φορά του άξονα x΄Ox είναι αντίστοιχα:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ y_2 &= A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} &\boxed{y_1 = 0{,}1\eta\mu 2\pi\left(6t - \frac{x}{4}\right)}\ (SI)\ (1) \\ &\boxed{y_2 = 0{,}1\eta\mu 2\pi\left(6t + \frac{x}{4}\right)\ (SI)}\ (2) \end{aligned}\right.$$

γ. Τα κύματα φτάνουν στο σημείο Ο (x=0) την στιγμή t=0.

Έτσι την στιγμή t_1=0,25s έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στην περιοχή του μέσου με: $-\upsilon t_1 \le x \le \upsilon t_1 \Rightarrow -6m \le x \le 6m$.

Επομένως το μήκος του ελαστικού μέσου που έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα είναι από το σημείο με x=-6m ως το σημείο με x=6m δηλαδή $\boxed{L=12m}$

δ. Η θέση των δεσμών είναι $x_\delta = (2N+1)\frac{\lambda}{4} \overset{\lambda=4m}{\Rightarrow} x_\delta = (2N+1)m$

Όμως πρέπει:

$-6 \le x_\delta \le 6 \Rightarrow -6 \le 2N+1 \le 6 \Rightarrow -7 \le 2N \le 5 \Rightarrow -3{,}5 \le N \le 2{,}5$

Δηλαδή: Ν=-3,-2,-1,0,1,2 άρα $\boxed{\text{5 δεσμοί}}$

ε. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi}{T}t \Rightarrow \boxed{y = 0{,}2\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{2}\eta\mu 12\pi t}\ (SI)$$

στ. Την στιγμή t_1=0,25s έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στην περιοχή του μέσου με $-6m \le x \le 6m$

Επομένως στο σημείο Μ με x_M=-6,5m δεν έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα αλλά υπάρχει μόνο το κύμα που διαδίδεται κατά την θετική φορά και περιγράφεται από την σχέση (1).

Για την ταχύτητα ταλάντωσης του Μ θα είναι:

$$\upsilon_M = \omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}) \underset{x_M=-6{,}5m}{\overset{t_1=0{,}25s}{\Rightarrow}} \upsilon_M = 1{,}2\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(6\cdot 0{,}25 + \frac{6{,}5}{4}) \Rightarrow \upsilon_M = 1{,}2\pi\sigma\upsilon\nu\frac{25\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_M = 1{,}2\pi\sigma\upsilon\nu(6\pi + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \upsilon_M = 1{,}2\pi\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} \Rightarrow \upsilon_M = 1{,}2\pi\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\upsilon_M = 0{,}6\pi\sqrt{2}\frac{m}{s}}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α. Είναι $I_{o\lambda} = I_{CM}^{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} + md^2 + md^2 = \frac{ML^2}{12} + 2md^2 \Rightarrow I_{o\lambda} = 14Kgm^2$ και

$$N = \frac{\theta}{2\pi} \overset{N=5}{\Rightarrow} \theta = 10\pi rad$$

Η κίνηση του συστήματος είναι στροφική ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα, άρα:

$$\theta = \frac{1}{2}a_{\gamma\omega\nu}t^2 \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{2\theta}{t^2} \underset{t_1=2\pi s}{\overset{\theta=10\pi rad}{\Rightarrow}} a_{\gamma\omega\nu} = \frac{20\pi}{4\pi^2}\frac{rad}{s^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{5}{\pi}\frac{rad}{s^2}$$

Από Θ.Ν.Σ.Κ έχουμε: $\Sigma\tau = I_{o\lambda}a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F\frac{L}{2} = I_{o\lambda}a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow F = \frac{2I_{o\lambda}a_{\gamma\omega\nu}}{L} \Rightarrow \boxed{F = \frac{35}{\pi}N}$

β. Την στιγμή t_1=2π s το σύστημα έχει γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega = a_{\gamma\omega\nu}t_1 \Rightarrow \omega = \frac{5}{\pi}\frac{rad}{s^2}2\pi s \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$$

Κάθε δακτύλιος δέχεται την τάση T του νήματος και κάνει κυκλική κίνηση, άρα η T είναι η κεντρομόλος δύναμη, η οποία την στιγμή t_1 γίνεται ίση με το όριο θραύσης $T_{\theta\rho}$ του νήματος και έτσι αυτό σπάει.

Άρα:

$$T_{\theta\rho} = F_K \Rightarrow T_{\theta\rho} = m\frac{\upsilon^2}{d} \overset{\upsilon=\omega d}{\Rightarrow} T_{\theta\rho} = m\omega^2 d \Rightarrow \boxed{T_{\theta\rho} = 100N}$$

γ. Όταν σπάσει το νήμα και οι δακτύλιοι πάνε στα άκρα Κ και Λ της ράβδου το σύστημα έχει ροπή αδράνειας $I'_{ολ} = I_{CM}^{ράβδου} + m(\frac{L}{2})^2 + m(\frac{L}{2})^2 = \frac{ML^2}{12} + 2m\frac{L^2}{4} \Rightarrow I'_{ολ} = 20Kgm^2$

Μετά το σπάσιμο του νήματος, την κατάργηση της δύναμης F και την ώθηση των δακτυλίων στα άκρα της ράβδου, στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές. Συνεπώς η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή:

$$\vec{L}_{ολ} = \vec{L}'_{ολ} \Rightarrow I_{ολ}\omega = I'_{ολ}\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{I_{ολ}\omega}{I'_{ολ}} \Rightarrow \omega' = 7\frac{rad}{s}$$

Η ταχύτητα που έχει τελικά ο δακτύλιος Β είναι: $\upsilon_B = \omega'\frac{L}{2} \Rightarrow \upsilon_B = 14\frac{m}{s}$ και η κινητική του ενέργεια είναι: $K_B = \frac{1}{2}m\upsilon_B^2 \Rightarrow \boxed{K_B = 98J}$

δ. Η προσφερόμενη ενέργεια $E_{προσφ}$ στο σύστημα είναι ίση με το έργο της δύναμης F το οποίο ισούται με την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος από την έναρξη της κίνησης μέχρι την κατάργηση της δύναμης F. Συνεπώς:

$$E_{προσφ} = W_F = \Delta K = \frac{1}{2}I_{ολ}\omega^2 - 0 = \frac{1}{2}14 \cdot 10^2 \Rightarrow E_{προσφ} = 700J$$

Η τελική κινητική ενέργεια της ράβδου είναι:

$$K_{τελ}^{ράβδου} = \frac{1}{2}I_{CM}\omega'^2 = \frac{1}{2}\frac{ML^2}{12}\omega'^2 \overset{(SI)}{=} \frac{1}{2}\frac{9 \cdot 4^2}{12}7^2 \Rightarrow K_{τελ}^{ράβδου} = 294J$$

Οπότε το ζητούμενο ποσοστό είναι: $\frac{K_{τελ}^{ράβδου}}{E_{προσφ}}100\% = \frac{294}{700}100\% = \boxed{42\%}$

Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 3ου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

A.

1) δ
2) β
3) δ
   (γιατί $L = I\omega = I\alpha_\gamma t$ με $\alpha_\gamma = \sigma\tau\alpha\theta.$. Η φορά βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού).
4) α

Β.

α) Σ

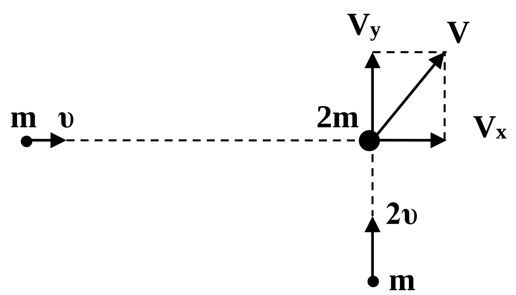
β) Σ

γ) Λ

δ) Σ

ε) Σ

ΘΕΜΑ 2ο



Α. $y_1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(t - \frac{x}{0,4}\right)(S.I)$.

Άρα $\lambda = 0,4m$.

Το μήκος της χορδής είναι $L = (7-1)\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = 1,3m$.

$\boxed{\Sigma\omega\sigma\tau\acute{o}\ \tau o\ \beta}$

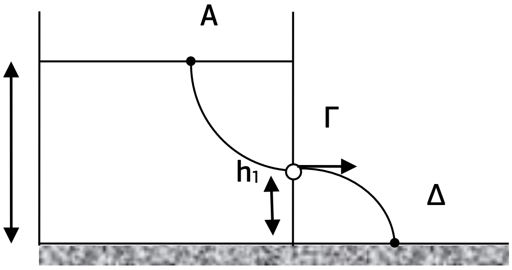
Β. ΑΔΟ στον x΄x άξονα: $m\upsilon = 2mV_x \rightarrow V_x = \frac{\upsilon}{2}$

ΑΔΟ στον y΄yάξονα: $m \cdot 2\upsilon = 2mV_y \rightarrow V_y = \upsilon$

Άρα $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{\frac{\upsilon^2}{4} + \upsilon^2} = \frac{\upsilon\sqrt{5}}{2}$.

$$\frac{\Delta K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{K_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot 2mV^2-\left[\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}m(2\upsilon)^2\right]}{\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}m(2\upsilon)^2}=$$

$$=\frac{-\frac{5\upsilon^2}{4}}{\frac{5\upsilon^2}{2}}-1=-\frac{1}{2}=-0,5 \text{ ή απώλεια } 50\%.$$



$\boxed{\text{Σωστό το β.}}$

Γ. Νόμος Bernoulli για τα σημεία Α και Δ της ίδιας ρευματικής γραμμής:

$$\left.\begin{array}{l} P_A+\frac{1}{2}\rho\upsilon^2{}_A+\rho gh=P_\Delta+\frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2+0 \\ \text{όπου } P_A=P_\Delta=P_{\alpha\tau\mu} \\ \upsilon_A=0\ (\text{η στάθμη κατεβαίνει αργά}) \end{array}\right\}\Rightarrow \rho gh=\frac{1}{2}\rho\upsilon_{\Delta^2}\Leftrightarrow \upsilon_\Delta=\sqrt{2gh}\rightarrow$$

ανεξάρτητη του ύψους $h_1 \rightarrow$ $\boxed{\text{σωστή η επιλογή γ}}$

Δ. Είναι $\omega=\frac{2\pi}{T}=1\,{}^{rad}\!/\!_{s}.E=\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2=\frac{1}{2}\cdot 2kg\cdot(8m/s)^2=64J$

$$(t=0\rightarrow\upsilon=-\upsilon_{max})\Rightarrow\upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega\cdot 0+\varphi_0)=-\upsilon_{max}\Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l}\sigma\upsilon\nu\varphi_0=-1\\ (0\le\varphi_0<2\pi)\end{array}\right\}\Rightarrow\boxed{\varphi_0=\pi}$$

Άρα $x=A\eta\mu(\omega t+\pi)$

Δυναμική ενέργεια: $U=\frac{1}{2}Dx^2=\frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2(\omega t+\pi)=E\eta\mu^2(\omega t+\pi)$ ή

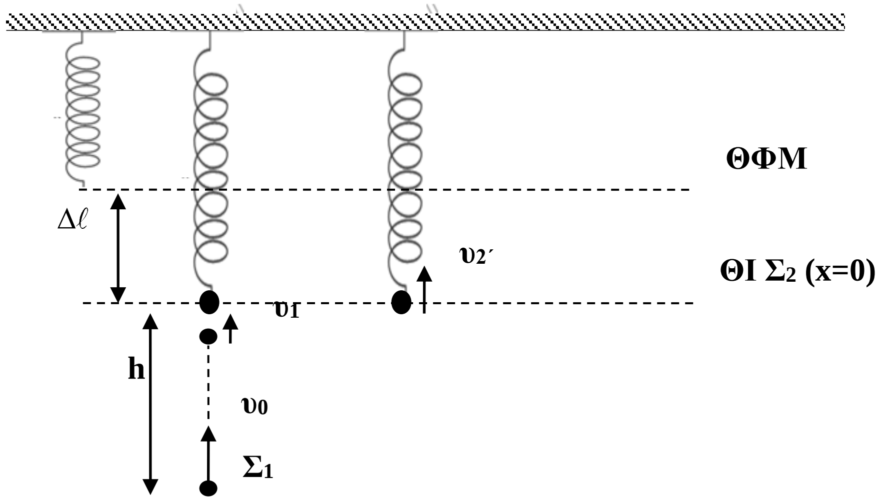
$$\eta\mu(\omega t+\pi)=-\eta\mu\omega t$$
$$\sigma\upsilon\nu(\omega t+\pi)=-\sigma\upsilon\nu\omega t$$

$\boxed{U\overset{(SI)}{=}64\eta\mu^2 t\rightarrow\text{διάγραμμα α}}$.

Κινητική ενέργεια: $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2=\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\varphi_0)=E\eta\mu^2(\omega t+\pi)$ ή

$\boxed{K\overset{(SI)}{=}64\sigma\upsilon\nu^2 t\rightarrow\text{διάγραμμα β}}$.

ΘΕΜΑ 3ο



α) $y = 0,1\eta\mu 2\pi\left(\frac{5}{\pi}t - \frac{x}{2}\right)(S.I) \rightarrow \begin{cases} A = 0,1m \\ T = \frac{\pi}{5}s, \acute{\alpha}\rho\alpha\ \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\,rad/s \\ \lambda = 2m \end{cases}$

Το σώμα Σ_2 ως πηγή του κύματος ταλαντώνεται με την ίδια συχνότητα και κάνει α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D = K = m_2\omega^2 = \boxed{300\frac{N}{m}}$.

β) Αμέσως μετά την κρούση το Σ_2 απέκτησε την ταχύτητα υ_2' που ισούται με την μέγιστη ταχύτητα του γιατί την αποκτά στη θέση ισορροπίας.

Δηλαδή $\upsilon_2' = \omega A = 1\,m/s$.

Επειδή η κρούση είναι κεντρική και ελαστική :

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Leftrightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2'(m_1 + m_2)}{2m_1} \Rightarrow \upsilon_1 = 2\,m/s$$

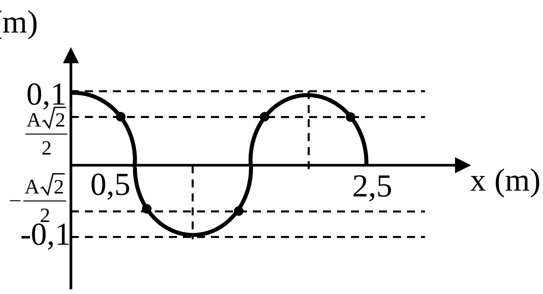
ΘΜΚΕ για την ανύψωση κατά h του Σ_1:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_0^2 = -\cancel{m_1}gh \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_1^2 + 2gh} \Rightarrow \boxed{\upsilon_0 = 4\frac{m}{s}}$$

γ) Ταχύτητα διάδοσης του κύματος: $\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{\pi}\, m/s$.

Σε χρόνο t_1 το κύμα έχει διανύσει απόσταση $x_{o\lambda} = \upsilon t_1 = 2,5m$.



Θέλουμε:

$$K = U \Leftrightarrow E - U = U \Leftrightarrow E = 2U \Leftrightarrow \cancel{\tfrac{1}{2}}DA^2 = 2\cdot\cancel{\tfrac{1}{2}}Dy^2 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow y = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2} \rightarrow$ 5 σημεία όπως παρατηρούμε στο παραπάνω διάγραμμα.

δ) $\Delta\varphi_{B,\Sigma_2} = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi\cdot 3}{2} = 3\pi \text{ rad} \rightarrow$

Επομένως τα σημεία αυτά βρίσκονται σε αντίθεση φάσης.

Τελικά:

$y_{\Sigma_2} = -y_B = -A = -0,1m$ (κάτω ακραία θέση).

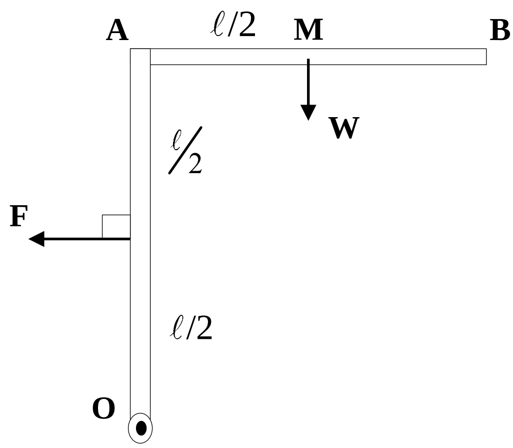
ΘΕΜΑ 4ο

α) $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 \Leftrightarrow \Delta\ell = \sqrt{\frac{2\cdot U_{\varepsilon\lambda}}{K}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1}{200}}\,\text{m} = 0{,}1\text{m}$

Το σύστημα ισορροπεί επομένως:

$\Sigma_{\tau(0)} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda}\cdot(AM) = W\cdot(AM) \Leftrightarrow$

$K\cdot\Delta\ell = M\cdot g \Leftrightarrow M = \frac{K\cdot\Delta\ell}{g}$



ή

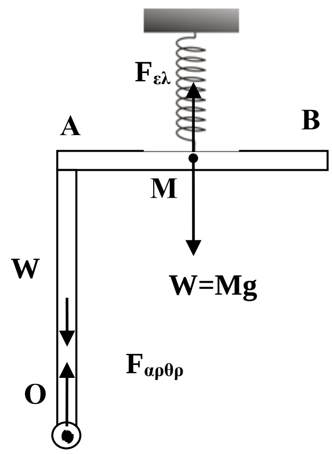
$M = \frac{200\cdot 0{,}1}{10}\text{kg} = \boxed{2\text{kg}}$

Θεώρημα Steiner για τη ράβδο ΟΑ:

$I_{(0)_{\tau\eta\varsigma\ OA}} = I_{cm} + M\cdot\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{M\ell^2}{12} + \frac{M\ell^2}{4} = \frac{M\ell^2}{3}$ ή

$I_{(o)_{\tau\eta\varsigma}OA} = \frac{2\cdot 6^2}{3}\text{kg}\cdot\text{m}^2 = 24\text{kg}\cdot\text{m}^2$

Θεώρημα Steiner για τη ράβδο ΑΒ:



$I_{(0)_{\tau\eta\varsigma\ AB}} = I_{cm} + M\cdot(OM)^2 \overset{(*)}{=} \frac{M\ell^2}{12} + \frac{M\cdot 5\ell^2}{4} =$

$= \frac{16M\ell^2}{12} = \frac{4M\ell^2}{3}$

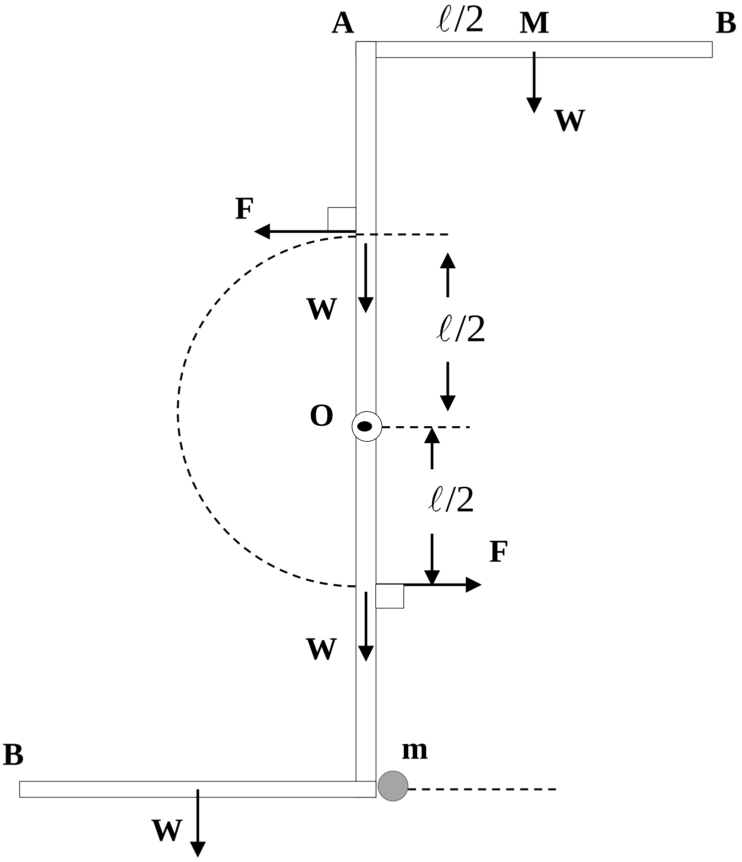
ή

$I_{(o)_{\tau\eta\varsigma}AB} = 96\text{kg}\cdot\text{m}^2$

$\left[(*)\,\Pi.\Theta\ \ (OM)^2 = (OA)^2 + (AM)^2 = \ell^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{5\ell^2}{4}\right]$

Επομένως $I_{(O)\sigma\upsilon\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau o\varsigma} = 24\text{kg}\cdot\text{m}^2 + 96\text{kg}\cdot\text{m}^2 = \boxed{120\text{kg}\cdot\text{m}^2}$

β)



$$\Sigma\tau = F\cdot\frac{\ell}{2} - W\cdot\frac{\ell}{2} =$$

$$= (F - Mg)\frac{\ell}{2} \simeq 34,2\,N\cdot m$$

Επομένως:

$$\frac{d\omega}{dt} = \alpha_\gamma = \frac{\Sigma\tau}{I_{\sigma\upsilon\sigma\tau}} = \frac{34,2}{120}\frac{rad}{s^2} = \boxed{0,285\frac{rad}{s^2}}.$$

γ) Θεώρημα έργου – ενέργειας για το σύστημα:

$$\frac{1}{2}I_{ολ}\omega^2 - 0 = W\cdot 2\ell + W\cdot\ell + F\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\pi \text{ όπου}$$

$$\left(\begin{matrix} F\cdot\frac{\ell}{2}\cdot\pi : \text{έργο ροπής} \\ \text{της } F \end{matrix}\right).$$

Έχουμε:

$$\omega = \sqrt{\frac{6Mg\ell + F\ell\pi}{I_{ολ}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6\cdot 2\cdot 10\cdot 6 + 10\pi\cdot 6\cdot\pi}{120}}\frac{rad}{s} =$$

$$= \sqrt{\frac{720+60\pi^2}{120}}\frac{rad}{s} = \sqrt{\frac{1320}{120}}\frac{rad}{s} =$$

$$= \sqrt{11}\frac{rad}{s} \simeq 3,3\frac{rad}{s}$$

Επειδή κατά την κρούση $\Sigma\tau_{εξ} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{ολ_{αρχ}} = \vec{L}_{ολ_{τελ}} \Rightarrow$

$$\vec{L}_{\substack{συστ\\ράβδων}} + \vec{L}_{σφ} = \vec{L}_{\substack{συστ\\ράβδων}} + \vec{L}_{σφ} \overset{L_{σφ}=0 \text{ και } L_{συστ}=0}{\Longrightarrow} I_{ολ}\cdot\omega = m\upsilon_1\cdot\ell \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_1 = \frac{I_{ολ}\cdot\omega}{m\cdot l} \text{ ή } \upsilon_1 = \frac{120\cdot 3,3}{3,3\cdot 6}\frac{m}{s} = \boxed{20\frac{m}{s}}$$

δ) Ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα $f_A = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_1}f_s$

(φαινόμενο Doppler)

ή $f_s = \frac{(\upsilon-\upsilon_1)f_A}{\upsilon} = \frac{(340-20)\cdot 680}{340}Hz = \boxed{640Hz}$.

[Δόθηκε $\upsilon_{ήχου\ στον\ αέρα}$=340 m/s]

<u>Επιμέλεια</u>: Γκιώνη Βασιλική

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 4ου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

1. δ **2.** δ **3.** β **4.** β

5. **α.** Σωστό

β. Σωστό

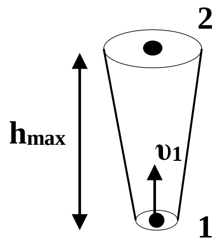
γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Λάθος (γιατί η κρούση δεν είναι κατ’ ανάγκη κεντρική)

ΘΕΜΑ 2ο

1. Το $\boxed{\alpha}$.



Εφαρμόζουμε το νόμο του Bernoulli για τα σημεία 1 και 2 :

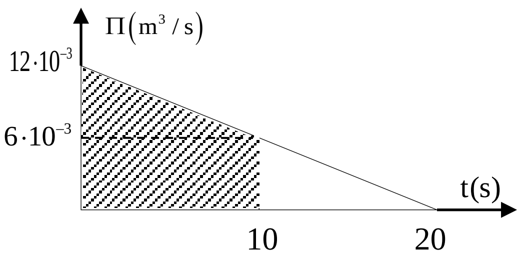
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\,\upsilon_1^2 + 0 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\,\overset{0}{\cancel{\upsilon_2^2}} + \rho\,gh$$

(όπου $P_1 = P_2 = P_{ατμ.}$).

Τότε $\upsilon_1 = \sqrt{2\,g\,h} = 14\,\frac{m}{s}$.

2. Το $\boxed{\gamma}$.

Η χρονική εξίσωση της παροχής είναι:



$$\Pi = \Pi_0 + \lambda t \Rightarrow \lambda = \frac{\Pi - \Pi_0}{t} \overset{(S.I)}{=} \frac{-12\cdot10^{-3}}{20} = -6\cdot10^{-4}\,(S.I)$$

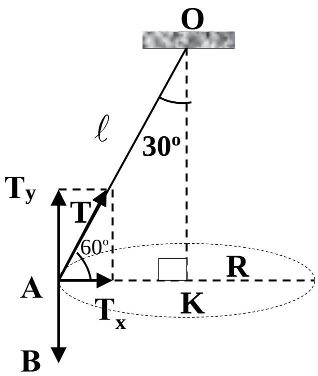
Δηλαδή:

$$\Pi = 12\cdot 10^{-3} - 6\cdot 10^{-4}t \ (SI).\ \Gamma\iota\alpha\ t = 10s \xrightarrow{(S.I)} \Pi = 12\cdot 10^{-3} - 6\cdot 10^{-4}10 = 6\cdot 10^{-3}\, m^3/s$$

Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής του διαγράμματος (τραπεζίου) μας δίνει τον αντίστοιχο όγκο, δηλαδή :

$$V = \frac{(12\cdot 10^{-3} + 6\cdot 10^{-3})\cdot 10}{2}\, m^3 = 90\cdot 10^{-3}\, m^3 = 90 \text{ lit}.$$

3. Το $\boxed{\beta}$.



Στο σώμα ασκούνται το βάρος του Β = mg και η τάση του νήματος Τ. Αφού κινείται κυκλικά σε οριζόντιο επίπεδο έχουμε ότι :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_y = mg \Rightarrow T\eta\mu 60^o = mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T = \frac{mg}{\eta\mu 60^o}} \Rightarrow \boxed{T = 40N}$$

Και:

$$\Sigma F_x = \frac{m\upsilon^2}{R}\ (\kappa\varepsilon\nu\tau\rho o\mu\acute{o}\lambda o\varsigma) \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \sigma\tau o\ O\hat{K}A\ \alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ A\hat{O}K = 30^o \Rightarrow \\ (AK) = \frac{\ell}{2} = R \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow T_x = \frac{m\upsilon^2}{\ell/2} \Rightarrow T\sigma\upsilon\nu 60^o = \frac{2m\upsilon^2}{\ell} \overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon = 5\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της στροφορμής ως προς τον άξονα ΟΚ θα είναι :

$$L = m\upsilon R = m\upsilon\frac{\ell}{2} = 2\sqrt{3}kg\cdot 5\frac{m}{s}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{2}m \ \acute{\eta}\ \boxed{L = 75kg\frac{m^2}{s}}$$

4. Το $\boxed{\alpha}$.

Είναι $f_{\tau\alpha\lambda} = \dfrac{N_{\tau\alpha\lambda}}{\Delta t} = \dfrac{3600}{60s} = 60Hz$

και $f_\delta = \dfrac{1}{T_\delta} = \dfrac{1}{0,5s} = 2Hz$

Όμως $f_{\tau\alpha\lambda} = \dfrac{f_1 + f_2}{2} \Rightarrow \boxed{f_1 + f_2 = 120\text{Hz}}\,(1)$

$f_\delta = |f_1 - f_2| \xrightarrow{f_1 > f_2} \boxed{f_1 - f_2 = 2\text{Hz}}\,(2)$

Το ζεύγος $(\alpha)\, f_1 = 61\text{Hz}, f_2 = 59\text{Hz}$

Επαληθεύει τις εξισώσεις (1) και (2).

ΘΕΜΑ 3ο

Α.

α) Οι ταχύτητες διάδοσης των κυμάτων είναι:

$υ_1 = \dfrac{8\text{ m}}{2\text{ s}} = 4\,\dfrac{m}{s}$

$υ_2 = \dfrac{4\text{ m}}{2\text{ s}} = 2\,\dfrac{m}{s}$.

Αφού $υ_1 \neq υ_2$, τα κύματα διαδίδονται σε διαφορετικά μέσα.

β) Η πηγή έχει εξίσωση y = 4ημωt (SI), επομένως A=4m.

Φάση: $\varphi = 2\pi\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \boxed{\varphi = \omega t - \dfrac{2\pi x}{\lambda}}\,(1)$

Παρατηρούμε στο διάγραμμα ότι για x=0 είναι φ= 4π rad.

Επομένως $(1) \Rightarrow 4\pi = \omega \cdot 2$ ή $\omega = 2\pi\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

Περίοδος: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 1\text{sec.}}$

Μήκη κύματος:

$\lambda_1 = υ_1 \cdot T = 4 \cdot 1\text{s} \rightarrow \lambda_1 = 4\text{ m}$

$\lambda_2 = υ_2 \cdot T = 2 \cdot 1\text{s} \rightarrow \lambda_2 = 2\text{ m}$

Εξισώσεις κυμάτων:

$$\boxed{\begin{array}{l} y_1 = 4\eta\mu 2\pi\left(t - \dfrac{x}{4}\right)(\text{SI}) \\ y_2 = 4\eta\mu 2\pi\left(t - \dfrac{x}{2}\right)(\text{SI}) \end{array}}$$

γ) $x = \upsilon_2 \cdot t = 2\dfrac{m}{s} \cdot 1{,}875s = 3{,}75m$

$$\frac{x}{\lambda_2/4} = \frac{3{,}75m}{2m/4} = 7{,}5 \quad ή \quad x = 7\frac{\lambda_2}{4} + \frac{\lambda_2}{8}$$

- Για $x = 0$:

  $y_2 = 4\eta\mu 2\pi \cdot 1{,}875 =$

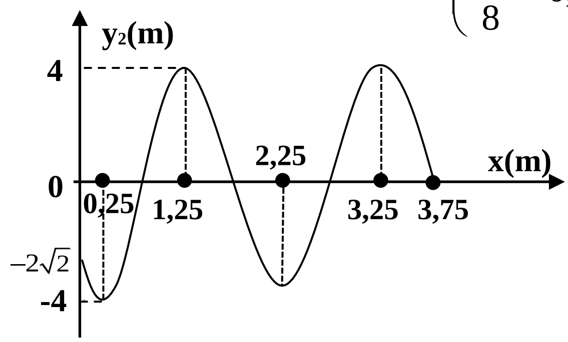
  $4\eta\mu 3{,}75\pi = 4\eta\mu\left(4\pi - \dfrac{\pi}{4}\right) =$

  $-4\eta\mu\dfrac{\pi}{4} = -2\sqrt{2}\,m.$

- Για $t = 1{,}875s$:

  $y_2 = 4\eta\mu 2\pi\left(1{,}875 - \dfrac{x}{2}\right)$ (SI)

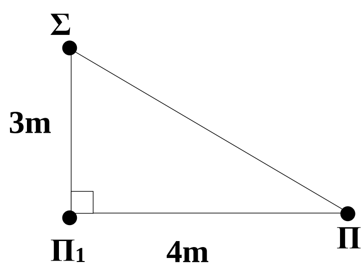
$$\left(\frac{\lambda_2}{8} = 0{,}25m\right)$$



Β.

α) Πυθαγόρειο θεώρημα στο

$$\Sigma\hat{\Pi}_1\Pi : (\Sigma\Pi)^2 = (3m)^2 + (4m)^2 \Rightarrow (\Sigma\Pi) = 5m.$$



Τα κύματα από την πηγή Π_1 για να φτάσουν στο σημείο Σ χρειάζονται χρόνο:

$t_\alpha = \dfrac{(\Sigma\Pi_1)}{\upsilon_1} = \dfrac{3\,m}{4\,m/s} = 0{,}75$ sec.

Τα κύματα από την πηγή Π για να φτάσουν στο σημείο Σ χρειάζονται χρόνο:

$t_\beta = \dfrac{(\Sigma\Pi\ )}{\upsilon_1} = \dfrac{5\,m}{4\,m/s} = 1{,}25$ sec.

- Για 0 ≤ t< 0,75 sec, κανένα κύμα δεν έχει φτάσει στο σημείο Σ, επομένως $\boxed{V=0}$.

- Για 0,75 sec ≤ t< 1,25 sec, φτάνει στο σημείο Σ μόνο το κύμα από την $Π_1$, επομένως:

$$V=\omega A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{(\Pi_1\Sigma)}{\lambda_1}\right)\Rightarrow\boxed{V=8\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(t-\frac{3}{4}\right)(S.I)}$$

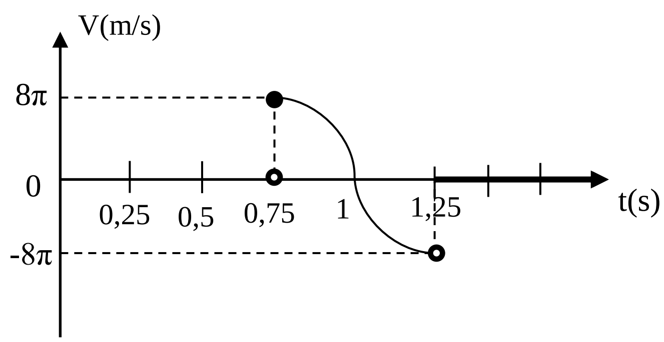
- Για t ≥ 1,25 sec, έχουν φτάσει στο σημείο Σ και τα δύο κύματα, οπότε θα έχουμε συμβολή και το πλάτος του σημείου Σ θα είναι :

$$A'=2A\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi(x_1-x_2)}{2\lambda_1}\right|=8\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi(3-5)}{2\cdot 4}\right|m=8\,\cancel{\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}}\,m \text{ ή } A'=0\rightarrow \text{απόσβεση},$$

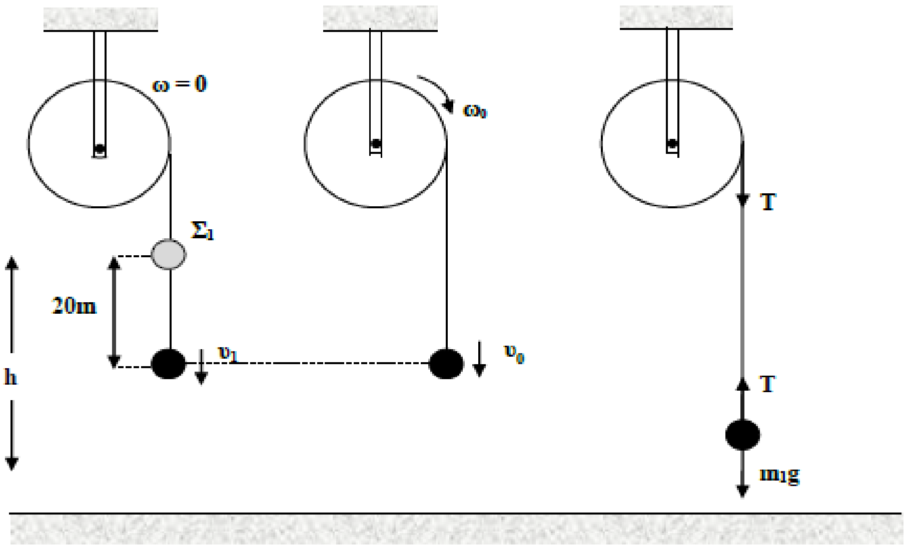
Επομένως: $\boxed{V=0}$.

$$\text{Τελικά:}\begin{cases} t_1=0,5\sec\rightarrow V=0\ (\text{ακίνητο})\\ t_2=1\sec\rightarrow V=8\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(1-\dfrac{3}{4}\right)=8\pi\sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi}{2}=0\ (\text{στιγμιαία ακίνητο})\\ t_3=1,5\sec\rightarrow V=0\ (\text{ακίνητο})\end{cases}$$

β)



ΘΕΜΑ 4ο



α) Για την ελεύθερη πτώση του Σ1: $y=\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2y}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 20}{10}}=2sec$

$$\upsilon_1 = gt_1 = 20m/s$$

ΑΔΣ για το σύστημα τροχαλία – σώμα Σ1: $\vec{L}_{\substack{συστ.\\αρχ.}}=\vec{L}_{\substack{συστ.\\τελ.}} \Leftrightarrow 0+m_1\upsilon_1R = I_{τροχ.}\cdot\omega + m_1\upsilon_0R$

$\upsilon_0=\omega_0R$, γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας.

$\Leftrightarrow m_1\upsilon_1\cancel{R}=\frac{1}{2}MR^2\omega+m_1\upsilon_0R \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow m_1\upsilon_1=\frac{1}{2}M\upsilon_0+m_1\upsilon_0 \Leftrightarrow m_1\upsilon_1=\upsilon_0\left(\frac{M}{2}+m_1\right)$ ή $2\cdot 20=\upsilon_0\cdot\left(\frac{1}{2}+2\right)\Leftrightarrow \upsilon_0=16m/s$

Επομένως $\omega_0=\frac{\upsilon_0}{R}\Rightarrow \boxed{\omega_0=40\frac{rad}{s}}$

β) $\Delta\ell_{νήματος}=S_{σώματος\,Σ_1}=\upsilon_0t+\frac{1}{2}\alpha t^2$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (1) και (2) →

Είναι $\alpha=\alpha_{γραμμική}=\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{d(\omega R)}{dt}=\alpha_\gamma R$ (*)

Για το Σ1: $\Sigma F_1=m_1\alpha$ και $\Sigma\tau=I\alpha_{γων}$

$m_1g-T=m_1\alpha$ | $TR=\frac{1}{2}MR^{\cancel{2}}\cdot\frac{\alpha}{\cancel{R}}$ (*)

$20-T=2\alpha\,(1)$ | $T=\frac{1}{2}\alpha\,(2)$

$$20=\frac{5}{2}\alpha \Leftrightarrow \alpha = 8m/s^2$$

Επομένως $\Delta\ell_{\text{νήματος}} \overset{(SI)}{=} 16\cdot 2+\frac{1}{\cancel{2}}\cdot 8\cdot 2^{\cancel{2}} = 32+16=\boxed{48m}$

γ) $\frac{dK}{dt}_{\text{συστ.}}=\frac{dK}{dt}_{\Sigma_1}+\frac{dK}{dt}_{\text{τροχ.}}=\Sigma F_1\cdot\upsilon+\Sigma\tau\cdot\omega=$

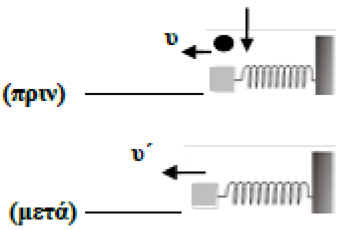
$$=m_1\alpha\cdot\upsilon+I\alpha_\gamma\cdot\omega=m_1\alpha\cdot\upsilon+\frac{1}{2}M\cancel{R^2}\cdot\frac{\alpha}{\cancel{R}}\cdot\frac{\upsilon}{\cancel{R}}=$$

$=m_1\alpha\cdot\upsilon+\frac{1}{2}M\alpha\upsilon=\left(m_1+\frac{M}{2}\right)\alpha\upsilon$, όπου $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t\overset{(SI)}{=}16+8\cdot 2=32m/s$.

Επομένως $\frac{dK}{dt}_{\text{συστ.}}\overset{(SI)}{=}\left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot 8\cdot 32=\frac{5}{\cancel{2}}\cdot 8\cdot \cancel{32}=\boxed{640J/s}$

δ) Είναι $h=20m+\Delta\ell_{\text{νήματος}}=20m+48m=\boxed{68m}$

ε)



Μόλις πριν τη κρούση το Σ_2 έχει ταχύτητα $\upsilon=\upsilon_{max}=\omega_2 A=4m/s$.

ΑΔΟ στον $x'x$ άξονα:

$m_2\upsilon=(m_1+m_2)\upsilon'\Leftrightarrow\upsilon'=2m/s$.

Επειδή η κρούση θεωρείται ακαριαία η υ´ θα είναι η νέα μέγιστη ταχύτητα, δηλαδή

$$\upsilon'_{max}=\omega_2'A'\Rightarrow\boxed{A'=0,2\sqrt{2}m}$$

Γιατί:

$$\left.\begin{aligned}\kappa&=m_2\cdot\omega_2^{\,2}=200\frac{N}{m}\\ \kappa&=(m_1+m_2)\cdot(\omega_2')^2\end{aligned}\right\}\ \omega_2'=5\sqrt{2}\frac{rad}{s}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 5ου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

1. α
2. γ
3. γ
4. β

Β.

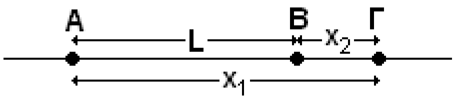
α. Σωστό
β. Λάθος
γ. Λάθος
δ. Λάθος
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ 2ο

1. Σωστή απάντηση είναι η **(α)**.

Αιτιολόγηση:

Έστω τυχαίο σημείο Γ του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στην ευθεία την οποία ορίζουν οι πηγές στα σημεία Α και Β. Θεωρούμε ότι x_1 και x_2 είναι οι αποστάσεις του σημείου Γ από τις πηγές Α και Β αντίστοιχα.



Αν L είναι η σταθερή απόσταση μεταξύ των δύο πηγών, τότε $x_1 - x_2 = L$.

Στο σημείο Γ παρατηρείται συμβολή των δύο κυμάτων.

Η εξίσωση ταλάντωσής του δίνεται μέσω της εξίσωσης

$$y = 2A\text{συν}\left(\pi\frac{x_1 - x_2}{\lambda}\right)\text{ημ}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right)\right] => y = 2A\text{συν}\left(\pi\frac{L}{\lambda}\right)\text{ημ}\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}\right)\right].$$

Το πλάτος ταλάντωσης του τυχαίου σημείου Γ είναι

$$A' = \left|2A\text{συν}\left(\pi\frac{L}{\lambda}\right)\right|$$

και είναι ανεξάρτητο από τη θέση του σημείου ως προς τις δύο πηγές.

2. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli σε μία ρευματική γραμμή η οποία οδηγεί από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο στόμιο εκροής, σε κάθε περίπτωση. Συγκεκριμένα

$$p_{at} + \rho g h = p_{at} + \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 => \rho g h = \frac{1}{2}\rho \upsilon^2$$

και

$$p_{at} + \Delta p + \rho g h = p_{at} + \frac{1}{2}\rho (2\upsilon)^2 => \Delta p = 2\rho \upsilon^2 - \rho g h = 2\rho \upsilon^2 - \frac{1}{2}\rho \upsilon^2 =>$$

$$\Delta p = \frac{3}{2}\rho \upsilon^2.$$

3. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Αιτιολόγηση:

Το υλικό σημείο εκτελεί κυκλική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην περιφέρεια του δίσκου με επιτρόχιο επιτάχυνση $\alpha = \alpha_\gamma R$ και κεντρομόλο επιτάχυνση

$a_\kappa = \upsilon^2/_R$, όπου υ είναι η επιτρόχιος ταχύτητά του. Η επιτρόχιος επιτάχυνση του υλικού σημείου είναι υπεύθυνη για την μεταβολή του μέτρου της επιτροχίου ταχύτητας και η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι υπεύθυνη για την αλλαγή της διεύθυνσης της επιτροχίου ταχύτητας.

Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης, την χρονική στιγμή $t = 1\text{sec}$, είναι

$$a_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R = a_\gamma^2 t^2 R = 1\frac{\text{rad}^2}{\text{sec}^4}\cdot 1\text{sec}^2 \cdot 1\text{m} => a_\kappa = 1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

και το μέτρο της επιτροχίου επιτάχυνσης είναι

$$a = a_\gamma R = 1\frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}\cdot 1\text{m} => a = 1\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}.$$

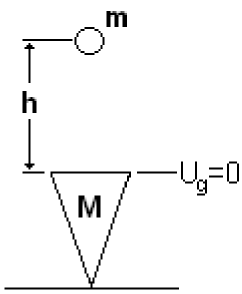
Τα διανύσματα των επιταχύνσεων αυτών είναι μεταξύ τους κάθετα. Άρα το μέτρο της συνολικής επιτάχυνσης του υλικού σημείου, τη χρονική στιγμή

$t = 1\text{sec}$ είναι

$$a_{o\lambda} = \sqrt{\alpha_\kappa^2 + \alpha^2} = \sqrt{2}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}.$$

ΘΕΜΑ 3ο

1. Αρχικά θα μελετήσουμε την πτώση της μάζας m από το ύψος h για να υπολογίσουμε την ταχύτητά της ακριβώς πριν την πλαστική κρούση με τον πάσσαλο. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας της μάζας θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο το οποίο διέρχεται εφαπτομενικά ακριβώς πάνω από τον πάσσαλο (δες σχήμα).



Συμβολίζουμε ως θέση (1) τη θέση της μάζας στο ανώτερο ύψος και ως θέση (2) τη θέση της μάζας ακριβώς πριν την κρούση, στο επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, οπότε:

$$E_{(1)} = E_{(2)} => mgh = \frac{1}{2}mv^2 => v = \sqrt{2gh}.$$

Το μέτρο της ταχύτητας της μάζας ακριβώς πριν την κρούση είναι

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2} \cdot 7.2\mathrm{m}} => v = 12 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}.$$

2. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων.

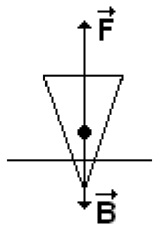
Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση:

$$p_{\text{πριν}} = p_{\text{μετά}} => mv = (m + M)V.$$

Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση ισούται με:

$$V = \frac{m}{m + M}v = \frac{1\mathrm{Kg}}{4\mathrm{Kg}} \cdot 12 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}} => V = 3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}.$$

3. Τέλος θα μελετήσουμε την κίνηση του συσσωματώματος καθώς αυτό εισέρχεται στο έδαφος. Στο σύστημα ασκούνται οι δυνάμεις του βάρους $\vec{B} = (m + M)\vec{g}$ και η σταθερή αντίσταση $\vec{F}$ από το έδαφος, οι οποίες εικονίζονται στο σχήμα.



Θα εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κιντικής ενέργειας μεταξύ της αρχικής θέσης (1) του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση και της τελικής του θέσης (2), στην οποία υποθέτουμε ότι έχει ακινητοποιηθεί αφού έχει εισχωρήσει στο έδαφος κατά απόσταση x:

$$K_{(2)} - K_{(1)} = W_B + W_F => 0 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = (m+M)gx - Fx => x = \frac{(m+M)V^2}{2[F-(m+M)g]}.$$

Το βάθος στο οποίο εισχωρεί το συσσωμάτωμα είναι:

$$x = \frac{4\text{Kg}\cdot 9\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}}{2\left[100\text{Nt} - 4\text{Kg}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\right]} => x = 0.3\text{m}.$$

4. Θερμότητα παράγεται κατά την πλαστική κρούση των δύο μαζών ($\varDelta E$) και από το έργο της σταθερής δύναμης της αντίστασης κατά την εισχώρηση του συσσωματώματος στο έδαφος.

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά την πλαστική κρούση

$$K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}} + \varDelta E => \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m+M)V^2 + \varDelta E.$$

Άρα:

$$\varDelta E = \frac{1}{2}[mv^2 - (m+M)V^2] = \frac{1}{2}\left[1\text{Kg}\cdot 144\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2} - 4\text{Kg}\cdot 9\frac{\text{m}^2}{\text{sec}^2}\right] => \varDelta E = 54\text{J}.$$

Το έργο της σταθερής δύναμης $\vec{F}$ δίνεται μέσω της σχέσης:

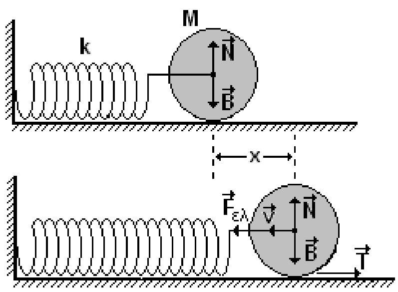
$$W_F = -Fx = -100\text{Nt}\cdot 0.3\text{m} => W_F = -30\text{J}.$$

Άρα η συνολική θερμότητα η οποία απελευθερώνεται στο περιβάλλον ισούται με

$$Q = \varDelta E + |W_F| = 84\text{J}.$$

ΘΕΜΑ 4ο

1. Αρχικά το σύστημα κύλινδρος – ελατήριο ισορροπεί με το ελατήριο στο ελεύθερο μήκος του. Στον κύλινδρο ασκούνται οι δυνάμεις:



- Το βάρος του $\vec{B} = M\vec{g}$ και
- Η κάθετη συνιστώσα της αντίδρασης$\vec{N}$.

Αυτή είναι η θέση ισορροπίας του κυλίνδρου για την οποία $\sum \vec{F} = 0$ και $\sum \vec{\tau} = 0$.

Ο κύλινδρος ξεκινά από την ηρεμία στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης A, δηλαδή με μηδενική μεταφορική και γωνιακή ταχύτητα.

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται οι δυνάμεις οι οποίες ασκούνται στο κύλινδρο σε τυχαία θέση καθώς το στερεό κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του.

Οι δυνάμεις αυτές είναι:

- το βάρους $\vec{B} = M\vec{g}$ με σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας και φορά προς τα κάτω,
- η κάθετη συνιστώσα της αντίδρασης $\vec{N}$ με σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας και φορά προς τα πάνω,
- η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda} = -k\vec{x}_{\mathrm{cm}}$ με σημείο εφαρμογής το κέντρο μάζας και φορά προς τη θέση ελευθέρου μήκους του ελατηρίου,
- η δύναμη της στατικής τριβής $\vec{T}$ με σημείο εφαρμογής το σημείο επαφής του στερεού με το οριζόντιο επίπεδο. Η ροπή της δύναμης αυτής είναι υπεύθυνη για την περιστροφή του κυλίνδρου προς τα αριστερά, οπότε η φορά της δύναμης είναι προς τα δεξιά (δες σχήμα).

Θεωρώντας θετικές απομακρύνσεις προς τα δεξιά οπότε θετικές ροπές τις δεξιόστροφες, ο 2$^{\text{ος}}$ νόμος του Νεύτωνα για τη μεταφορική και περιστροφική κίνηση αντίστοιχα έχουν τη μορφή:

$$\sum F_{\mathrm{cm,x}} = T - |F_{\varepsilon\lambda}| = M\alpha_{\mathrm{cm}} => T - kx_{\mathrm{cm}} = M\alpha_{\mathrm{cm}}(1),$$

$$\sum F_{\mathrm{cm,y}} = 0 => N = Mg \quad (2),$$

$$\sum \tau_{\mathrm{cm}} = I_{\mathrm{cm}}a_{\gamma} => -TR = \frac{1}{2}MR^2 a_{\gamma} => T = -\frac{1}{2}MRa_{\gamma}(3).$$

Τέλος, σύμφωνα με τη συνθήκη κύλισης $a_{\mathrm{cm}} = a_{\gamma}R \quad (4)$.

Από τις σχέσεις (1), (3) και (4) έχουμε ότι

$$-\frac{1}{2}M\alpha_{\mathrm{cm}} - kx_{\mathrm{cm}} = M\alpha_{\mathrm{cm}} => \alpha_{\mathrm{cm}} = \frac{2k}{3M}x_{\mathrm{cm}}(5).$$

Σύμφωνα με τη σχέση (5) το σώμα επιταχύνεται προς τη θέση ισορροπίας του, και η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κέντρο μάζας του είναι:

$$(1) \Rightarrow \sum F_{x\ \mathrm{cm}} = -\frac{2k}{3}x_{\mathrm{cm}}.$$

Παρατηρούμε ότι η συνισταμένη των δυνάμεων είναι ανάλογη της απομάκρυνσης του κυλίνδρου από τη θέση ισορροπίας του και η φορά της είναι προς τη θέση ισορροπίας. Οπότε ο κύλινδρος εκτελεί μεταφορικά απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς:

$$D = \frac{2}{3}k.$$

2. Η εξίσωση της απομάκρυνσης της μεταφορικής ταλάντωσης του κυλίνδρου με το χρόνο είναι της μορφής:

$$x_{\mathrm{cm}}(t) = A\text{ημ}(\omega t + \varphi_0),$$

όπου ω είναι η κυκλική συχνότητα και φ_0 η αρχική φάση.

Τη χρονική στιγμή μηδέν το στερεό βρίσκεται στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης, οπότε η αρχική του φάση είναι:

$$x_{\mathrm{cm}}(0) = A \Rightarrow A\text{ημ}(\varphi_0) = A \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}.$$

Η κυκλική συχνότητα δίνεται μέσω της σχέσης:

$$D = M\omega^2 \Rightarrow \frac{2}{3}k = M\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2k}{3M}}.$$

Με αντικατάσταση προκύπτει ότι:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot 30\frac{\mathrm{Nt}}{\mathrm{m}}}{3 \cdot 0.2\mathrm{Kg}}} \Rightarrow \omega = 10\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}}.$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης της μεταφορικής ταλάντωσης του κυλίνδρου με το χρόνο, στο S.I. είναι:

$$x_{\mathrm{cm}}(t) = 0.08\text{ημ}\left(10t + \frac{\pi}{2}\right).$$

3. Ο κύλινδρος αποκτά τη μέγιστη μεταφορική του ταχύτητα στη θέση ισορροπίας του, η οποία υπολογίζεται μέσω της σχέσης $\upsilon_{\mathrm{cm,max}} = \omega A$.

Το στερεό κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, οπότε σε κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα του κέντρου μάζας του υ_{cm} συνδέεται με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής Ω μέσω της σχέσης $\upsilon_{\mathrm{cm}}(t) = \Omega(t)R$. Σύμφωνα με την τελευταία σχέση η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής είναι

$$\Omega_{\max} = \frac{\upsilon_{\mathrm{cm,max}}}{R} = \frac{\omega A}{R} = \frac{10\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}} \cdot 8\mathrm{cm}}{4\mathrm{cm}} \Rightarrow \Omega = 20\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}}.$$

4. Το μέτρο της στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου δίνεται μέσω των σχέσεων (3), (4) και (5):

$$T = -\frac{1}{2}M\alpha_{\mathrm{cm}} = \frac{1}{3}kx_{\mathrm{cm}}.$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου δίνεται μέσω της σχέσης (2) ως:

$$T_{\text{ολ}} = \mu N = \mu M g.$$

Το στερεό κυλίεται όσο το μέτρο της στατικής τριβής δεν υπερβαίνει το μέτρο της τριβής ολίσθησης, δηλαδή υπό τον περιορισμό:

$$T < T_{\text{ολ}} => \frac{1}{3}kx_{\text{cm}} < \mu Mg => x_{\text{cm}} < 3\mu\frac{M}{k}g.$$

Σύμφωνα με την τελευταία σχέση η μέγιστη απομάκρυνση της ταλάντωσης δεν πρέπει να γίνεται μεγαλύτερη ή ίση με την οριακή τιμή:

$$A_{\max} = 3\mu\frac{M}{k}g = 3\cdot 0.6\cdot\frac{0.2\text{Kg}}{30\frac{\text{Nt}}{\text{m}}}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} => A_{\max} = 0.12\text{m} = 12\text{cm}.$$

Επιμέλεια: Λεβέτας Στάθης

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 6ου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.

1. γ
2. α
3. β
4. β

Β.

α. Λάθος
β. Σωστό
γ. Σωστό
δ. Σωστό
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ 2ο

1. Με άξονα στο Ο χρησιμοποιούμε το θεώρημα Steiner : $I_O = \frac{1}{3}mL^2$

Με άξονα στο Α χρησιμοποιούμε το θεώρημα Steiner : $I_A = \frac{7}{48}mL^2$

άρα προκύπτει: $I_O = I_A + \frac{3}{16}mL^2$

<u>άρα σωστή απάντηση η **α.**</u>

2. $x_K = \frac{λ}{4} - \frac{λ}{6} = \frac{λ}{12}$

ενώ $x_Λ = \frac{λ}{4} + \frac{λ}{12} = \frac{λ}{3}$

άρα $u_K = ω2Aσυν2π\frac{x_K}{λ} = ω2Aσυν\frac{π}{6}$

ενώ $u_Λ = ω2Aσυν2π\frac{x_Λ}{λ} = ω2Aσυν\frac{2π}{3}$

άρα $\frac{u_K}{u_Λ} = \sqrt{3}$

<u>άρα σωστή απάντηση η **α.**</u>

3. $f_{A2} = 0{,}7 f_{A1} => f_s\frac{u}{u+u_s} = 0{,}7\frac{u}{u-u_s} => 0{,}3u = 1{,}7u_s => u_s = \frac{3u}{17}$

<u>άρα σωστή απάντηση η **β.**</u>

ΘΕΜΑ 3ο

α. Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει

2A=10cm => A=5cm

άρα A_{max}=10cm και λ=8cm και T=0,1s και f=10Hz

β. $y_{1,2} = 0{,}05\eta\mu 2\pi\left(10t \mp \frac{x}{0{,}08}\right)\ (S.I.)$

γ. $v = \omega 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda} \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{t}{T} => v = -\pi\sqrt{2}\, m/s$

δ. Η συνθήκη κοιλιών είναι x=kλ/2 => x=4k.

Για k=1 έχουμε x=4cm

Για k=2 έχουμε x=8cm

ΘΕΜΑ 4ο

Α.

α. Εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας σε κάθε σώμα.

Στο σώμα Σ : $\Sigma F = 0 => T_2 = W_\Sigma => T_2 = 20N$

Στην τροχαλία : $\Sigma\tau = 0 => T_2R_2 = T_1R_1 => T_1 = 40N$

Στη ράβδο : $\Sigma\tau = 0 => T_1L = W_\rho\frac{L}{2} => W_\rho = 80N => M = 8kg$

β. Για τη ράβδο εφαρμόζουμε θεώρημα Steiner :

$I_\rho = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 => I_\rho = \frac{1}{3}ML^2 => I_\rho = 6kgm^2$

Ενώ για το σύστημα των τροχαλιών :

$I_{o\lambda} = I_1 + I_2 => I_{o\lambda} = \frac{1}{2}m_1R_1^2 + \frac{1}{2}m_2R_2^2 = 0{,}018kgm^2$

Β.

α. Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό και δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία

$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R_2$

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τα σώματα του συστήματος.

Για το Σ : $\Sigma F = m\alpha_{cm} => T_2' = 20 - 2\alpha_{cm}$

Για την τροχαλία : $\Sigma\tau = I_{o\lambda}\alpha_{\gamma\omega\nu} => T_2' = 0{,}45\alpha_{cm}$

Οπότε προκύπτουν : $\alpha_{cm} = \frac{400}{49} m/s^2$ και $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2000}{49} rad/s^2$

β. Όταν η ράβδος σχηματίζει 30° γωνία με τον ορίζοντα ο μοχλοβραχίωνας του βάρους της ράβδου είναι:

$d_W = \frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu 30^o = \frac{3\sqrt{3}}{8} m$

Οπότε από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής :

$\Sigma\tau = I_\rho \alpha_{\gamma\omega\nu} => W d_W = I_\rho \alpha_{\gamma\omega\nu} => \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5\sqrt{3}\, rad/s^2$

Επιμέλεια: Λιαγκριδώνης Παναγιώτης