ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. γ

Α3. δ

Α4. γ

Α5.

α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.

α) ii

β)

✍ Η αρχική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E_1 = U_{E_0} = \frac{1}{2}CV_C^{\,2} = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot 20^2\,J = \underline{4\cdot 10^{-3}J}$$

✍ Η τελική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E_2 = U_{B_1} = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}\cdot 10^{-3}\cdot 6^2\,J = \underline{2\cdot 10^{-3}J}$$

Επομένως:

$$E_{απωλειών} = E_1 - E_2 = \boxed{2 \cdot 10^{-3}\,J}$$

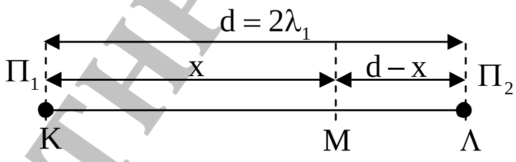
Β2.

α) iii

β)

- Επειδή είμαστε στο ίδιο μέσο μετάδοσης η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίδια.

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \Rightarrow \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \lambda_1 f_1 = 3f_1\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} \ (1).$$



- Έστω Μ σημείο απόσβεσης:
Γνωρίζουμε ότι

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow x - (d-x) = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x = d + (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow x = \frac{d}{2} + (2N-1)\frac{\lambda_2}{4}$$

- Όμως:

$$0 < x < d \Rightarrow 0 < \frac{d}{2} + (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} < d \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -\frac{d}{2} < (2N+1)\frac{\lambda_2}{4} < \frac{d}{2} \Rightarrow -2d < (2N+1)\lambda_2 < 2d$$

- Όμως: $d = 2\lambda_1$ και $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$, οπότε:

$$-4\lambda_1 < (2N+1)\frac{\lambda_1}{3} < 4\lambda_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -13 < 2N < 11 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -6,5 < N < 5,5$$

και αφού $\kappa \in \mathbb{Z}$, υπάρχουν 12 ακέραιοι → <u>12 υπερβολές</u>

Β3.

α) ii

β)

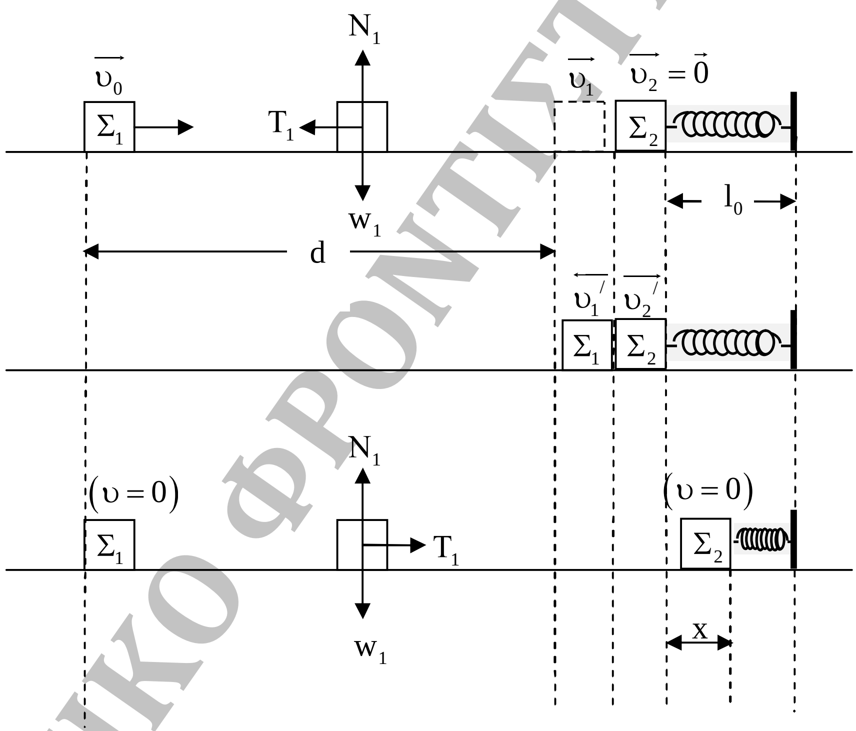
- Αρχή διατήρησης στροφορμής $\left(\Sigma\tau_{\varepsilon\xi}=0\right)$:

$$\vec{L}_{\substack{\sigma\upsilon\sigma\tau.\\ \alpha\rho\chi.}}=\vec{L}_{\substack{\sigma\upsilon\sigma\tau.\\ \tau\varepsilon\lambda.}}\Rightarrow I_1\omega_1+0=\left(I_1+I_2\right)\omega\Rightarrow \cancel{I_1}\omega_1=\frac{5\cancel{I_1}}{4}\omega\Rightarrow\omega=4\frac{\omega_1}{5}$$

- $\overrightarrow{\Delta L_1}=\overrightarrow{L_{1_{\tau\varepsilon\lambda.}}}-\overrightarrow{L_{1_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o}}}}\Rightarrow\left|\Delta L_1\right|=\left|I_1\omega-I_1\omega_1\right|\Rightarrow$

$$\Rightarrow\left|\Delta L_1\right|=\left|I_1\frac{4\omega_1}{5}-I_1\omega_1\right|\Rightarrow\left|\Delta L_1\right|=\frac{I_1\omega_1}{5}\quad \text{ή}\quad \left|\Delta L_1\right|=\frac{L_1}{5}$$

<u>**ΘΕΜΑ Γ**</u>



Γ1.

- Αφού η κρούση είναι κεντρική και ελαστική και $\upsilon_2=0$:

$$\upsilon_1^{\prime}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1\Rightarrow-\sqrt{10}=\frac{m_1-2m_1}{m_1+2m_1}\upsilon_1\Rightarrow\upsilon_1=3\sqrt{10}\,{}^{m}\!/\!{}_{s}$$

- Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του Σ_1 μέχρι την κρούση:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^{\,2} - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^{\,2} = W_{T_1} + W_{N_1} + W_{W_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^{\,2} - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^{\,2} = -T_1 \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_1^{\,2} - \frac{1}{2}\cancel{m_1}\upsilon_0^{\,2} = -\mu \cancel{m_1} g d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(3\sqrt{10}\right)^2 - \upsilon_0^{\,2} = -10 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{\upsilon_0 = 10\,m/s}$$

Γ2.

- Επίσης:

$$\upsilon_2^{\,/} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2^{\,/} = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \boxed{\upsilon_2^{\,/} = 2\sqrt{10}\,m/s}$$

- $$\frac{K_2^{\,/}}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} m_2 \upsilon_2^{\,/\,2}}{\cancel{\frac{1}{2}} m_1 \upsilon_1^{\,2}} \cdot 100\% = \frac{2\cancel{m_1}\left(2\sqrt{10}\right)^2}{\cancel{m_1}\left(3\sqrt{10}\right)^2} = 88,9\%$$

Γ3.

- Το Σ_1 μέχρι τη στιγμή της κρούσης κάνει ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση όπου:

$$\Sigma F_1 = m_1\alpha \Leftrightarrow T = m_1\alpha \Leftrightarrow \mu \cancel{m_1} g = \cancel{m_1}\alpha \Leftrightarrow \alpha = 5\,m/s^2$$

- Είναι:

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 - \alpha t_1 \Rightarrow 3\sqrt{10} = 10 - 5t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5}\,s$$

- Επίσης:

$$\upsilon = \upsilon_1^{\,/} - \alpha t_1 \Rightarrow 0 = \sqrt{10} - 5t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{10}}{5}\,s$$

- $$t_{ολ.} = t_1 + t_2 = \frac{10 - 3\sqrt{10} + \sqrt{10}}{5} = \frac{10 - 2\sqrt{10}}{5}\,s$$

Για $\sqrt{10} \simeq 3,2 \sec \rightarrow t_{ολ} = 0,72\,s$

Γ4.

- $K_{τελ.} - K_{αρχ.} = ΣW \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_2 υ_2'^2 = W_{T_2} + W_{F_{ελ.}} \Rightarrow$

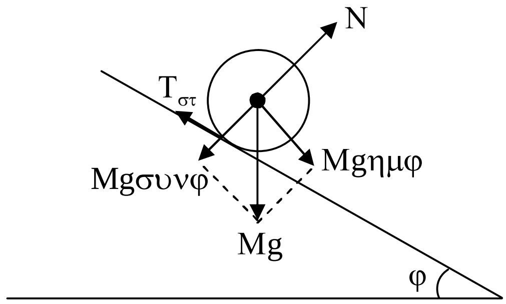
  $\Rightarrow -\frac{1}{2}m_2 υ_2'^2 = -T_2 \cdot x + U_{αρχ.} + U_{τελ.} \Rightarrow -\frac{1}{2}m_2 υ_2'^2 = -μ m_2 g x + 0 - \frac{1}{2}κx^2 \Rightarrow$

  $\Rightarrow \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 10x + 105x^2 \Rightarrow 105x^2 + 10x - 40 = 0$

- $Δ = β^2 - 4αγ \Rightarrow Δ = (10)^2 - 4(105)\cdot(-40) = 16900$
- $x_1 = \frac{-β + \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-10 + \sqrt{16900}}{2\cdot 105} = \frac{12}{21}m$
- $x_2 = \frac{-β - \sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-10 - \sqrt{16900}}{2\cdot 105} = \frac{-14}{21}m$ απορρίπτεται
- Άρα $x_{max} = \frac{4}{7}m$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



- $ΣF_x = Mα_{cm} \Rightarrow Mgημφ - T_{στ} = Mα_{cm}$ (1)
- $Στ = Iα_{γων} \Rightarrow T_{στ} \cdot R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{α_{cm}}{R} \Rightarrow$

  $\Rightarrow T_{στ} = \frac{1}{2}Mα_{cm}$ (2)

- Προσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2):

  $Mgημφ = \frac{3}{2}Mα_{cm} \Leftrightarrow α_{cm} = \frac{2gημφ}{3}$

Δ2.

- $I_{κυλίνδρου} = I_{κοίλου} + I_{\substack{εσωτερικού \\ κυλ.}} \Leftrightarrow I_{κοίλου} = I_{κυλίνδρου} - I_{\substack{εσωτερικού \\ κυλ.}}$
- Επομένως: $I_{κοίλου} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}mr^2$ (3)
- Επειδή ο κύλινδρος έχει σταθερή πυκνότητα:

  $d_{κυλ} = d_{\substack{εσωτ. \\ κυλ.}} \Rightarrow \frac{M}{V} = \frac{m}{V_{\substack{εσωτ. \\ κυλ.}}} \Rightarrow \frac{M}{\cancel{π}R^2\cancel{h}} = \frac{m}{\cancel{π}r^2\cancel{h}} \Rightarrow m = \frac{Mr^2}{R^2}$

✍ Επομένως η $(3) \Rightarrow$

$$I_{\kappa o \acute{\iota} \lambda o \upsilon} = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}\frac{Mr^2}{R^2}r^2 = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}\frac{Mr^4}{R^2} = \frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

Δ3.

✍ $\Sigma F_x = M\alpha_{cm} \Leftrightarrow Mg\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau} = M\alpha_{cm}$ (α)

✍ $\Sigma\tau = I_{\kappa o\iota\lambda.}\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau}\cdot \cancel{R} = \frac{1}{2}M\cancel{R^2}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\frac{\alpha_{cm}}{\cancel{R}} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{M}{2}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\alpha_{cm}$ (β)

✍ $(\alpha) + (\beta) \rightarrow Mg\eta\mu\varphi = M\alpha_{cm}\left[1 + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\right] \Rightarrow$

$$g\eta\mu\varphi = \alpha_{cm}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{r^4}{2R^4}\right) \Rightarrow$$

$$g\eta\mu\varphi = \alpha_{cm}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}\right) \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{g\eta\mu\varphi}{\frac{3}{2} - \frac{r^4}{2R^4}} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2R^4 g\eta\mu\varphi}{3R^4 - r^4}$$

Δ4.

✍ $\frac{K_{\mu\varepsilon\tau}}{K_{\sigma\tau\rho o\varphi}} = \frac{\frac{1}{2}M\upsilon_{cm}^{\ 2}}{\frac{1}{2}I_{\kappa o\iota\lambda}\omega^2} = \frac{M\omega^2R^2}{\frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\omega^2} = \frac{2}{1 - \frac{r^4}{R^4}}$

✍ Όμως: $r = \frac{R}{2} \Rightarrow r^4 = \frac{R^4}{16} \Rightarrow \frac{r^4}{R^4} = \frac{1}{16}$

✍ Επομένως: $\frac{K_{\mu\varepsilon\tau}}{K_{\sigma\tau\rho o\varphi}} = \frac{2}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{2}{\frac{15}{16}} = \frac{32}{15}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

- Μια «αθώα» προσέγγιση που μπορεί να παραβιάσει τους νόμους της **Φυσικής**!
  - Αν $\sqrt{10} \simeq 3,2$ τότε ο χρόνος κίνησης του Σ_1 μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2 είναι $t_1 = \dfrac{10-3\sqrt{10}}{5} \rightarrow t_1 = 0,08\,s$
  - Αν όμως δεν υπάρχουν τριβές τότε θα έκανε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και ο χρόνος θα ήταν: $t_0 = \dfrac{\upsilon_0}{d} \rightarrow t_0 = 0,1\,s$

    Δηλαδή με τριβές κινείται πιο γρήγορα!!!!
  - Η αντίφαση δεν θα υπήρχε, αν η προσέγγιση ήταν τουλάχιστον μέχρι το δεύτερο δεκαδικό ψηφίο, δηλαδή $\sqrt{10} \simeq 3,16$

    Τότε θα ήταν: $t_1 = 0,104\,s$ και $t_{ολ} = 0,736\,s$

Επιμέλεια: **Βλαχόπουλος Άρης**

Γκιώνη Βασιλική

Λεβέτας Στάθης

Παπαδόπουλος Δημήτρης

Τσάμης Μανώλης