ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1 γ, **Α2** δ, **Α3** β, **Α4** α,

Α5 α Λάθος, β Σωστό, γ Λάθος, δ Λάθος, ε Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1 Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ ενός σημείου στην διατομή 1 και ενός σημείου στην διατομή 2, καθώς και ενός σημείου στην διατομή 1 και ενός σημείου στην διατομή 3:

$$\left.\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 + 0 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2 + \rho g h_2 \\ p_1 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 + 0 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_3^2 + \rho g (h_2 + h) \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_2^2 + g h_2 = \frac{1}{2}\upsilon_3^2 + g h_2 + g h \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 9\upsilon_3^2 = \frac{1}{2}\upsilon_3^2 + gh \Rightarrow \upsilon_3^2 = \frac{1}{4} gh \quad (1).$$

Στην συνέχεια εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας της ασυμπίεστης ροής μεταξύ του σημείου εισόδου «1» και των σημείων εξόδου «2» και «3»:

$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 + A_3\upsilon_3 \Rightarrow A_1\upsilon_1 = 0.3A_1 3\upsilon_3 + 0.6A_1\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = \frac{2}{3}\upsilon_1 \quad (2).$$

Συνδυάζοντας τώρα τα αποτελέσματα (1) και (2) προκύπτει ότι

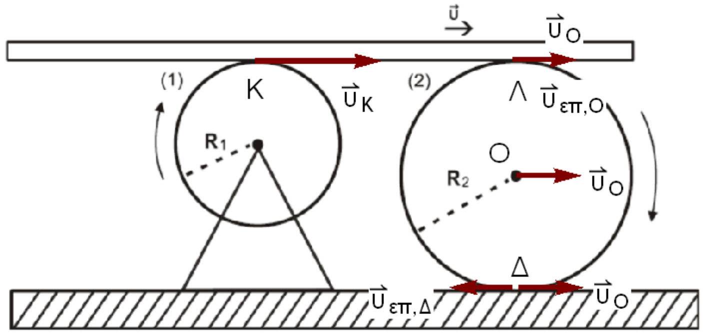
$$\frac{4}{9}\upsilon_1^2 = \frac{1}{4} gh \Rightarrow \upsilon_1^2 = \frac{9}{16} gh \quad (3).$$

Τέλος η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στην διατομή «1» ισούται με

$$k_1 = \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 = \frac{1}{2}\rho \frac{9}{16} gh \Rightarrow \boxed{k_1 = \frac{9}{32} gh}.$$

Σωστή απάντηση η (i).

Β2



Σχήμα 3

Ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, άρα η σχετική ταχύτητα του σημείου Δ ως προς το έδαφος ισούται με το μηδέν, άρα

$$υ_Δ = υ_O - υ_{επ,Δ} = 0 \Rightarrow υ_{επ,Δ} = υ_O \quad (1).$$

Η σανίδα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του τροχού στο σημείο Λ, άρα

$$υ_Λ = υ_{επ,Λ} + υ_O = 2υ_O \quad (2).$$

Επίσης η σανίδα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας στο σημείο Κ, άρα

$$υ_K = υ_Λ \Rightarrow υ_K = 2υ_O = 2υ_{επ,Λ} \Rightarrow ω_1 R_1 = 2ω_2 R_2,$$

όπου $ω_1$ και $ω_2$ οι γωνιακές ταχύτητες της τροχαλίας και του τροχού αντίστοιχα. Συνεπώς,

$$\frac{Δθ_1}{Δt} = 2\frac{Δθ_2}{Δt}λ \Rightarrow Δθ_1 = 2λΔθ_2,$$

όπου $Δθ_1$ και $Δθ_2$ οι γωνίες περιστροφές των δύο στερεών σε χρόνο $Δt$. Τώρα ο λόγος των περιστροφών τους ισούται με

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{Δθ_1/2π}{Δθ_2/2π} = \frac{Δθ_1}{Δθ_2} \Rightarrow \boxed{\frac{N_1}{N_2} = 2λ}.$$

Σωστή απάντηση η (ii).

Β3. Η παραμόρφωση του ελατηρίου στην θέση ισορροπίας του σώματος $Σ_1$ ισούται με

$$m_1 g = kΔl_0 \Rightarrow Δl_0 = \frac{mg}{k} \quad (1),$$

Η ταχύτητα του σώματος $Σ_2$ ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα $Σ_1$, ισούται με

$$υ_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{6gΔl_0} \quad (2).$$

Επίσης σύμφωνα με την ΑΔΟ κατά την πλαστική κρούση,

$$m_2 v_2 + 0 = (m_1 + m_2)v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_2 \overset{(2)}{\Rightarrow} v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{6g\Delta l_0} \quad (3),$$

όπου v_0 η ταχύτητα του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση και ταυτόχρονα αρχική ταχύτητα της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης προκύπτει σε παραμόρφωση του ελατηρίου,

$$(m_1 + m_2)g = k\Delta l_0' \overset{(1)}{\Rightarrow} \Delta l_0' = 2\frac{mg}{k} = 2\Delta l_0 \quad (4).$$

Η ταλάντωση του συσσωματώματος ξεκινά με την ταχύτητα (3) και με αρχική απομάκρυνση

$$x_0 = \Delta l_0' - \Delta l_0 = \Delta l_0 \quad (5).$$

Τώρα το πλάτος της ταλάντωσης προκύπτει από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την χρονική στιγμή μηδέν,

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2m}{k}v_0^2 + x_0^2} \overset{(3)}{\Rightarrow} A = \sqrt{\frac{2m}{k}\frac{1}{4}6g\Delta l_0 + \Delta l_0^2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{3\frac{mg}{k}\Delta l_0 + \Delta l_0^2}$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} A = \sqrt{3\Delta l_0^2 + \Delta l_0^2}$$

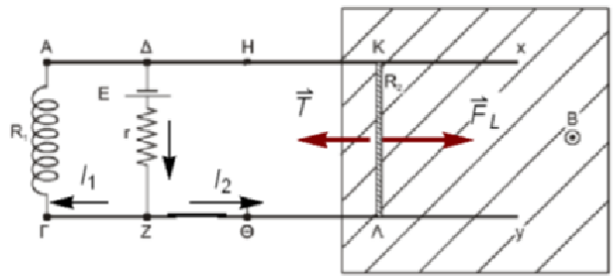
Άρα και πάλι μέσω της (1) προκύπτει ότι

$$\boxed{A = 2\Delta l_0 = 2\frac{mg}{k}}.$$

Σωστή απάντηση η (i).

ΘΕΜΑ Γ

Γ1



Σχήμα 5

Σύμφωνα με τον νόμου του Ohm για το παραπάνω κύκλωμα, το συνολικό ρεύμα ισούται με

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + r} = 6\text{A}.$$

Επίσης παρατηρούμε ότι οι τάσεις στα άκρα των αντιστάσεων R_1 και R_2 είναι η ίδια, άρα

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 = \frac{R_2}{R_1} I_2 = 0.5 I_2.$$

Τέλος σύμφωνα με τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Ζ,

$$I_1 + I_2 = I \Rightarrow \frac{3}{2} I_2 = I \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} I = 4\text{A}.$$

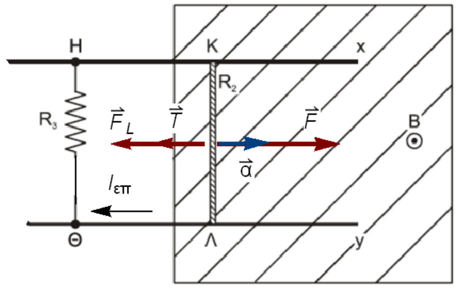
Εφ' όσον ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί οριακά, η τριβή $\vec{T}$ ισούται κατά προσέγγιση με την τριβή ολίσθησης και σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, $\sum F = 0 \Rightarrow F_L = T$, όπου $\vec{F}_L$ είναι η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ επειδή βρίσκεται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ και διαρρέεται από ρεύμα ένταση I_2. Άρα

$$B I_2 l\, \eta\mu(90°) = T \Rightarrow \boxed{T = 4\text{Nt}}.$$

Γ2 Το πηνίο δημιουργεί μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_\pi$ στο εσωτερικό του επειδή διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I_1 = I - I_2 = 2\text{A}$, με μέτρο

$$B_\pi = k_\mu 4\pi n I_1 = 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 200 \cdot 2\text{T} \Rightarrow \boxed{B_\pi = 16\pi \cdot 10^{-5}\text{T}}.$$

Γ3



Σχήμα 5

Στον αγωγό αναπτύσσεται λόγω της κίνησής του τάση από επαγωγή $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = Bl\upsilon$, όπου υ το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητάς του. Στο δε κύκλωμα ΗΚΛΘ αντπύσσεται επαγωγικό ρεύμα έντασης

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_2 + R_3} = \frac{Bl\upsilon}{R_2 + R_3}$$

και εν συνεχεία στον αγωγό ΚΛ δύναμη Laplace όπως στο σχήμα (σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz), με μέτρο

$$F_{\mathrm{L}}' = BI_{\varepsilon\pi}l\,\eta\mu(90°) = \frac{B^2l^2}{R_2 + R_3}\upsilon.$$

Σύμφωνα τώρα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση του αγωγού,

$$\sum F = m\alpha \Rightarrow F - F_{\mathrm{L}}' - T = m\alpha \Rightarrow F = m\alpha + T + F_{\mathrm{L}}' = m\alpha + T + \frac{B^2l^2}{R_2 + R_3}\upsilon$$

όπου $\upsilon = \alpha t$, άρα

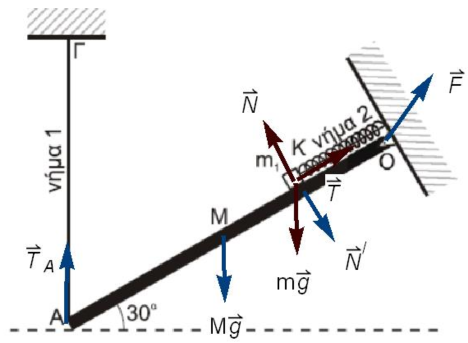
$$F(t) = m\alpha + T + \frac{B^2l^2}{R_2 + R_3} \text{ ή } \boxed{F(t) = 8 + t} \text{ (SI).}$$

Γ4 Αν ο αγωγός έχει διανύσει την χρονική στιγμή $t_1 = 1\text{s}$, απόσταση $x_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2$, τότε σύμφωνα με τον τύπο του Newman,

$$\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R_2 + R_3} = \frac{Blx_1}{R_2 + R_3} = \frac{Bl\frac{1}{2}\alpha t_1^2}{R_2 + R_3} \Rightarrow \boxed{\Delta q = 0.5\text{Cb}}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1



Σχήμα 6

Στο σχήμα απεικονίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στην ράβδο (μπλε χρώμα) και στην μάζα m_1 (κόκκινο χρώμα).

Η μάζα m_1 ισορροπεί, άρα

$$N = m_1 g\, \text{συν}(\varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g.$$

Η ράβδος ισορροπεί, άρα η συνισταμένη των ροπών ως προς το άκρο της Ο ισούται με το μηδέν, ήτοι

$$N' l_0 + Mg\, \text{συν}(\varphi)\frac{L}{2} = T_{\mathrm{A}}\, \text{συν}(\varphi) L \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} m_1 g l_0 + Mg\, \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{L}{2} = T_{\mathrm{A}}\, \frac{\sqrt{3}}{2} L \Rightarrow$$

$$T_{\mathrm{A}} = m_1 g \frac{l_0}{L} + \frac{1}{2} Mg \Rightarrow \boxed{T_{\mathrm{A}} = 50\mathrm{Nt}}.$$

Δ2 Η παραμόρφωση του ελατηρίου στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσής της m_1 ισούται με

$$m_1 g\, \text{ημ}(\varphi) = k\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{m_1 g}{k} \text{ημ}(\varphi) = \frac{m_1 g}{2k}.$$

Το σώμα ξεκινά την ταλάντωσή του με μηδενική ταχύτητα, άρα από την μέγιστη θετική του απομάκρυνση. Συνεπώς το πλάτος της κίνησης ισούται με

$$A = \Delta l_0 = \frac{m_1 g}{2k} = 0.2\mathrm{m}$$

και η ενέργεια ταλάντωσής του με

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow k = \frac{2E}{A^2} = 100 \frac{\mathrm{Nt}}{\mathrm{m}}.$$

Τέλος η αρχική φάση της ταλάντωσης ισούται με $\varphi_0 = {}^{\pi}/_{2}$ και η γωνιακή της συχνότητα ισούται με $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 5\,\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

Συνεπώς η χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας του σώματος ισούται με

$$K(t) = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_{1,\max}^2 \sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_0)$$

$$= E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_0) \text{ ή } \boxed{K(t) = 2\sigma\upsilon\nu^2\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)} \quad (\text{SI}).$$

Δ3 Ακολουθεί η κεντρική ελαστική κρούση δύο ίσων μαζών, της m_1 με ταχύτητα υ_1 και φοράς προς τα κάτω (αρνητική φορά) και της m_2 με ταχύτητα υ_2 και φοράς προς τα πάνω (θετική φορά). Σύμφωνα με την θεωρία της κεντρικής ελαστικής κρούσης δύο σωμάτων, τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες, συνεπώς μετά την κρούση,

$$\upsilon_1' = \upsilon_2, \qquad \upsilon_2' = \upsilon_1.$$

Μετά την κρούση η μάζα m_1 εκτελεί νέα ταλάντωση με αρχική ταχύτητα $\upsilon_1' = \upsilon_2$ και αρχική απομάκρυνση επίσης x_1, εφ' όσον η κρούση θεωρείται ακαριαία. Σύμφωνα τώρα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για αυτήν την νέα ταλάντωση, αν A' το νέο πλάτος,

$$\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{m_1}{k}\upsilon_2^2 + x_1^2}.$$

Σύμφωνα με την τελευταία σχέση, για δεδομένη τιμή της ταχύτητας υ_2 το πλάτος A' μεγιστοποιείται, όταν η απομάκρυνση x_1 γίνεται μέγιστη. Αυτό συμβαίνει όταν η απομάκρυνση γίνεται ίση με το πλάτος της παλαιάς ταλάντωσης, ήτοι

$$\boxed{x_1 = -A = -0.2\text{m}}.$$

Δ4 Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση της μάζας m_1 μετά την κρούση,

$$\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}m_1 \upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow \upsilon_1' = \sqrt{\frac{k}{m_1}\left(A'^2 - x_1^2\right)} = \sqrt{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Άρα η ταχύτητα της μάζας m_2 πριν την κρούση ισούται με

$$\boxed{\upsilon_2 = \upsilon_1' = \sqrt{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}.$$

<u>Επιμέλεια</u>: Λεβέτας Στάθης