ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019 – ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. → β,

Α2. → γ,

Α3. → α,

Α4. → γ,

Α5.

- **α)** Λάθος,
- **β)** Σωστό,
- **γ)** Λάθος,
- **δ)** Σωστό,
- **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση η (ii).

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + u_s} f_s = \frac{u_H}{u_H + {}^{u_H}/_{20}} f_s = \frac{20}{21} f_s$$

ΑΔΟ στην κρούση:

$$p_{ολ} = p'_{ολ} => m_1 u_s = (m_1 + m_2) u'_s => u'_s = \frac{m_1}{m_1 + m_2} u_s = \frac{u_s}{2} = \frac{u_H}{40}.$$

Άρα

$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + u'_s} f_s = \frac{u_H}{u_H + {}^{u_H}/_{40}} f_s = \frac{40}{41} f_s.$$

Συνεπώς

$$\boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{20/21}{40/41} = \frac{41}{42}}$$

Β2. Σωστή απάντηση η (iii).

Εξίσωση συνέχειας μεταξύ 1 και 2:

$$A_1 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2 => 2A_2 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2 => \upsilon_2 = 2\upsilon_1 \quad (1).$$

Εξίσωση Bernoulli μεταξύ 1 και 2 (ο σωλήνας είναι οριζόντιος, οπότε η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου δεν μεταβάλλεται):

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$p_{at} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho \upsilon_1^2 = p_{at} + \frac{1}{2}\rho 4\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_1^2 = \frac{2gh}{3}$$

άρα μέσω της (1),

$$\upsilon_2^2 = 4\upsilon_1^2 = \frac{8gh}{3} \quad (2).$$

Οι παροχές στα σημεία 2 και 3 είναι ίσες, ώστε ο όγκος, άρα και το ύψος, του νερού στο δοχείο να παραμείνει σταθερό. Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι η ταχύτητα εκροής στο σημείο 3, σύμφωνα με το θεώρημα Torricelli, ισούται με $\upsilon_3 = \sqrt{2gH}$, έχουμε ότι

$$\Pi_2 = \Pi_3 \Rightarrow A_2 \upsilon_2 = A_3 \upsilon_3 \Rightarrow$$

$$A_2 \sqrt{\frac{8gh}{3}} = \frac{A_2}{2}\sqrt{2gH} \Rightarrow$$

$$\frac{8gh}{3} = \frac{1}{4} 2gH \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{h}{H} = \frac{3}{16}}$$

Β3. Σωστή απάντηση η (ii).

Αρχικά εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση της ράβδου υπό την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$:

$$\Delta K = \sum W \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I_O \omega_O^2 - 0 = FL\frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{3} ML^2 \omega_O^2 = FL\frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\omega_O^2 = \frac{F\pi}{\frac{1}{3}ML} = \frac{9\pi^2}{\frac{1}{3}\cdot 3 \cdot 1} \frac{\mathrm{rad}^2}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\omega_0 = 3\pi \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}.$$

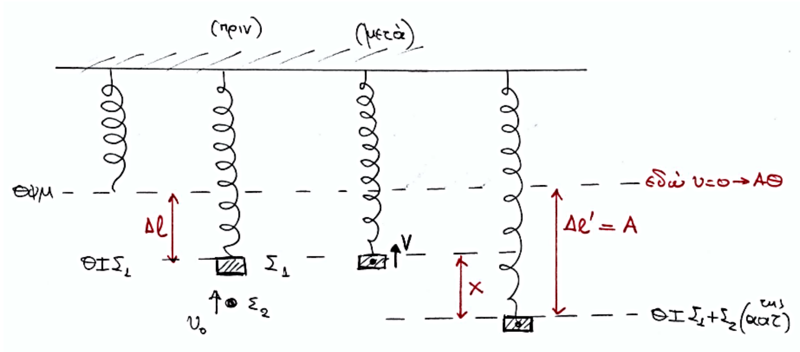
Στην συνέχεια εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για την πλαστική κρούση,

$$\vec{L}_{\text{ολ,πριν}} = \vec{L}_{\text{ολ,μετά}} \Rightarrow$$
$$I_O\omega_0 = (I_O + mL^2)\omega \Rightarrow$$
$$\frac{1}{3}ML^2\omega_0 = \left(\frac{1}{3}ML^2 + mL^2\right)\omega \Rightarrow$$
$$\omega = \frac{\frac{1}{3}M}{\frac{1}{3}M + m}\omega_0 = \frac{1}{1+1}3\pi\frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow$$
$$\omega = \frac{3\pi}{2}\frac{\text{rad}}{s}.$$

Στην συνέχεια η ράβδος εκτελεί ομαλή περιστροφική κίνηση, οπότε

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow$$
$$\Delta t = \frac{\pi/2}{3\pi/2}\,\text{s} \Rightarrow$$
$$\boxed{\Delta t = \frac{1}{3}\text{s}}.$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για την θέση ισορροπίας της m_1:

$$\sum F = 0 \Rightarrow m_1 g = k\Delta l \Rightarrow$$
$$k = \frac{m_1 g}{\Delta l} = \frac{1 \cdot 10}{0.05}\frac{\text{Nt}}{\text{m}} \Rightarrow$$
$$\boxed{k = 200\frac{\text{Nt}}{\text{m}}}$$

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για την θέση ισορροπίας του συσσωματώματος $(m_1 + m_2)$:

$$\sum F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = k\Delta l' \Rightarrow$$
$$\Delta l' = \frac{(m_1 + m_2)g}{k} = \frac{2}{200}10\text{m} = 0.1\text{m}.$$

Εφ’ όσον το συσσωμάτωμα φτάνει μέχρι την θέση φυσικού μήκους και ακινητοποιείται στιγμιαία, το παραπάνω αποτέλεσμα ταυτίζεται με το πλάτος της ταλάντωσής του (δες σχήμα), άρα

$$\boxed{A = 0.1\mathrm{m}}.$$

Γ2. Σύμφωνα με το σχήμα η απομάκρυνση του συσσωματώματος ακριβώς μετά την ακαριαία κρούση, ισούται με

$$x_0 = \Delta l' \quad - \Delta l \quad = 0.05\mathrm{m} = \frac{A}{2}.$$

Επίσης σύμφωνα με την διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση,

$$E = K_0 + U_0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 \Rightarrow$$

$$V_0^2 = \frac{k}{m_1 + m_2}\left(A^2 - \frac{A^2}{4}\right) \Rightarrow$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2} 3 \frac{A^2}{4}} = \sqrt{\frac{200}{2} 3 \frac{0.01}{4}} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Στην συνέχεια εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής στην πλαστική κρούση,

$$m_2 \upsilon_0 = (m_1 + m_2)V_0 \Rightarrow$$

$$\upsilon_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} V_0 = \frac{2}{1}\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\upsilon_0 = \sqrt{3}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}.$$

Συνεπώς η κινητική ενέργεια του Σ_2, ακριβώς πριν την κρούση, ισούται με

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3\mathrm{J} \Rightarrow$$

$$\boxed{K_2 = 1.5\mathrm{J}}.$$

Γ3. Η μεταβολή της ορμής του Σ_2 ισούται με

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_2' - \vec{p}_2 = m_2(\vec{V}_0 - \vec{\upsilon}_0).$$

Εφ’ όσον η θετική φορά είναι προς τα «πάνω», η τελευταία σχέση γράφεται αλγεβρικά ως

$$\Delta p_2 = 1\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}\right)\mathrm{Kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta p_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{Kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}.$$

Το αρνητικό πρόσημο στο τελευταίο αποτέλεσμα δηλώνει ότι η φορά του διανύσματος της μεταβολής της ορμής είναι προς τα «κάτω».

Γ4. Η αρχική φάση της ταλάντωσης δίνεται ως

$$x(0) = A\eta\mu(\varphi_0) \Rightarrow$$
$$\eta\mu(\varphi_0) = \frac{x(0)}{A} = \frac{x_0}{A} = \frac{A/2}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$
$$\varphi_0 = \begin{cases} \pi/6 \text{ rad} \\ 5\pi/6 \text{ rad} \end{cases}.$$

Εφ' όσον η αρχική ταχύτητα του συσσωματώματος είναι προς την θετική κατεύθυνση (προς τα «πάνω»), προκύπτει ότι

$$\upsilon(0) = V_0 = \omega A\sigma\upsilon\nu(\varphi_0) > 0,$$

άρα $\varphi_0 = \pi/6$ rad.

Η γωνιακή συχνότητα της κίνησης ισούται με

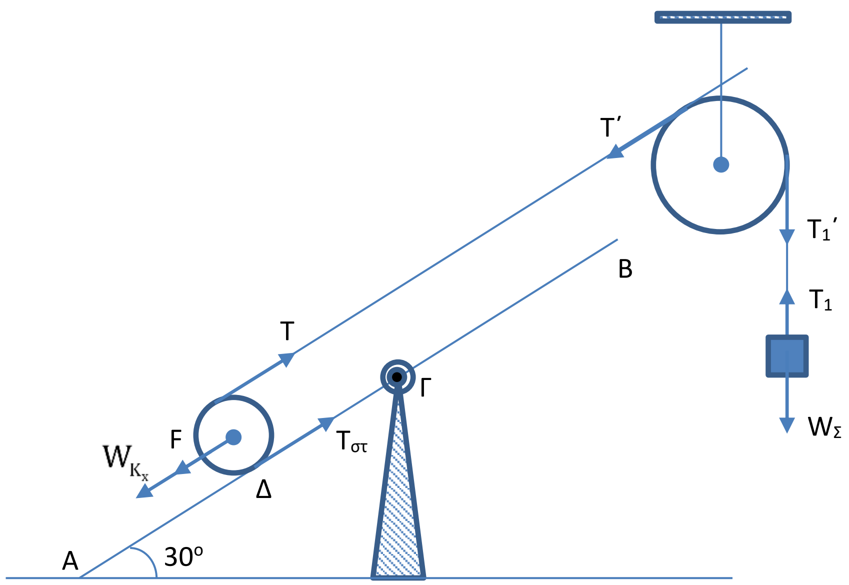
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = 10\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης, στο S.I., ισούται λοιπόν με

$$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow$$
$$\boxed{x(t) = 0.1\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Ισορροπία του Σ

$$\sum F = 0 \Rightarrow$$
$$T_1 = W_\Sigma \Rightarrow$$
$$T_1 = 20\text{Nt}.$$

Ισορροπία τροχαλίας

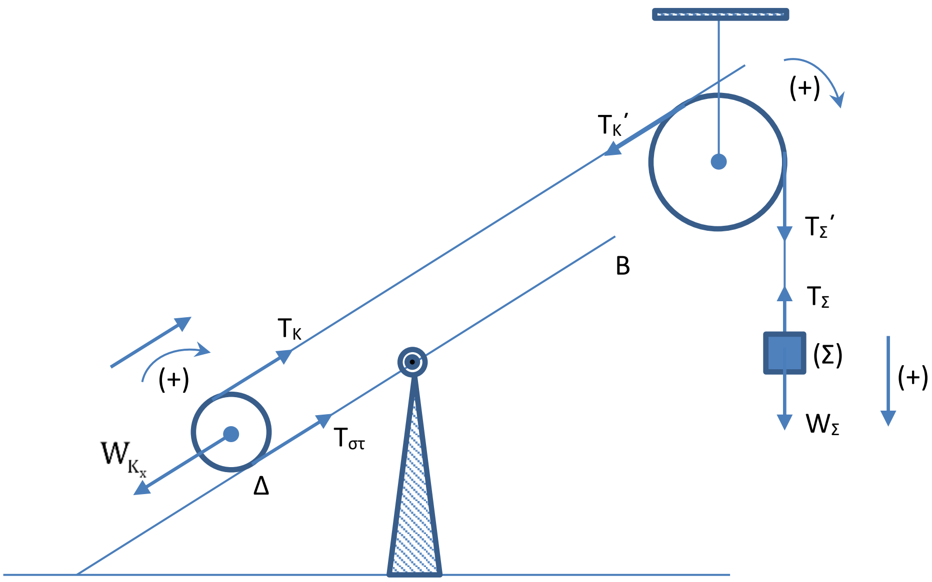
$$\sum \tau = 0 \Rightarrow$$
$$T' R_T = T_1' R_T \Rightarrow$$
$$T' = T_1' = 20\text{Nt}.$$

Ισορροπία κυλίνδρου

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow$$
$$TR = T_{\sigma\tau} R \Rightarrow$$
$$T = T_{\sigma\tau} = 20\text{Nt}.$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow$$
$$T + T_{\sigma\tau} - F - Mg\eta\mu(30°) = 0 \Rightarrow$$
$$40\text{Nt} - F - 10\text{Nt} = 0 \Rightarrow$$
$$\boxed{F = 30\text{Nt}}.$$

Δ2.



Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, άρα

$$\alpha_{cm} = \alpha_\gamma R_\kappa \quad (1).$$

Το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια της τροχαλίας, άρα

$$\alpha_{\gamma,T} R_T = 2\alpha_{cm} \quad (2)$$

και

$$\alpha_\Sigma = \alpha_{\gamma,T} R_T \quad (3), \qquad \alpha_\Sigma = 2\alpha_{cm} \quad (4).$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Νεύτωνα για το Σ:

$$\sum F = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Rightarrow$$
$$W_\Sigma - T_\Sigma = 2M_\Sigma \alpha_{cm} \Rightarrow$$
$$T_\Sigma = 20 - 4\alpha_{cm} \quad (5).$$

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Νεύτωνα για την τροχαλία:

$$\sum \tau = I_T \alpha_{\gamma,T} \Rightarrow$$

$$T_\Sigma R_T - T_\kappa R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^2 \frac{2\alpha_{cm}}{R_T} \Rightarrow$$

$$T_\Sigma - T_\kappa = \frac{1}{2} M_T 2\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$T_\Sigma - T_\kappa = 2\alpha_{cm} \quad (6).$$

Για τον κύλινδρο:

$$\sum F = M_\kappa \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$T_\kappa + T_{\sigma\tau} - M_\kappa g \eta\mu(30°) = M_\kappa \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$T_\kappa + T_{\sigma\tau} = 10 + 2\alpha_{cm} \quad (7)$$

και

$$\sum \tau = I_\kappa \alpha_{\gamma,\kappa} \Rightarrow$$

$$T_\kappa R_\kappa - T_{\sigma\tau} R_\kappa = \frac{1}{2} M_\kappa R_\kappa^2 \frac{\alpha_{cm}}{R_\kappa} \Rightarrow$$

$$T_\kappa - T_{\sigma\tau} = \alpha_{cm} \quad (8).$$

Άρα

$$(8) + (7) \rightarrow 2T_\kappa = 10 + 3\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$T_\kappa = 5 + 1.5\alpha_{cm} \quad (9),$$

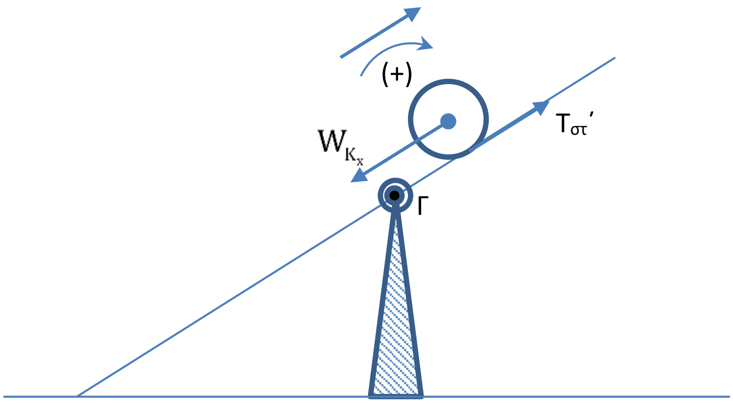
$$(9),(6),(5) \rightarrow 20 - 4\alpha_{cm} - 5 - 1.5\alpha_{cm} = 2\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha_{cm} = 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$$

και από την (4),

$$\boxed{\alpha_\Sigma = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}.$$

Δ3.



Σύμφωνα με την κύλιση του κυλίνδρου

$$\alpha'_{cm} = a'_{\gamma,\kappa} R_\kappa \quad (A).$$

Σύμφωνα με τον νόμο του Νεύτωνα,

$$\sum F = M_k \alpha'_{cm} \Rightarrow$$
$$T'_{\sigma\tau} - 20 = 2\alpha'_{cm} \quad (B),$$
$$\sum \tau = I_\kappa a'_{\gamma,\kappa} \Rightarrow$$
$$-T'_{\sigma\tau} R_\kappa = \frac{1}{2} M_k R_k^2 \frac{\alpha'_{cm}}{R_\kappa} \Rightarrow$$
$$T'_{\sigma\tau} = -\alpha'_{cm} \quad (\Gamma).$$

Άρα

$$(B), (\Gamma) \rightarrow -10 = 3\alpha'_{cm} \Rightarrow$$
$$\boxed{\alpha'_{cm} = -\frac{10}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

και

$$\boxed{T'_{\sigma\tau} = \frac{10}{3}} \text{Nt}.$$

Ο κύλινδρος σταματά όταν

$$\upsilon = 0 \Rightarrow$$
$$\upsilon_1 - \alpha'_{cm} t = 0 \Rightarrow$$
$$t = 0.3\text{s}.$$

Συνεπώς ο ολικός χρόνος ισούται με

$$\boxed{t_2 = t_1 + t = 0.8\text{s}}.$$

Δ4. Την $t_1 = 0.5\mathrm{s}$ ο κύλινδρος έχει μετατοπιστεί κατά

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t_1^2 = 0.25\mathrm{m}$$

και έχει αποκτήσει ταχύτητα

$$v_1 = \alpha_{cm}t_1 = 1\frac{\mathrm{m}}{s}.$$

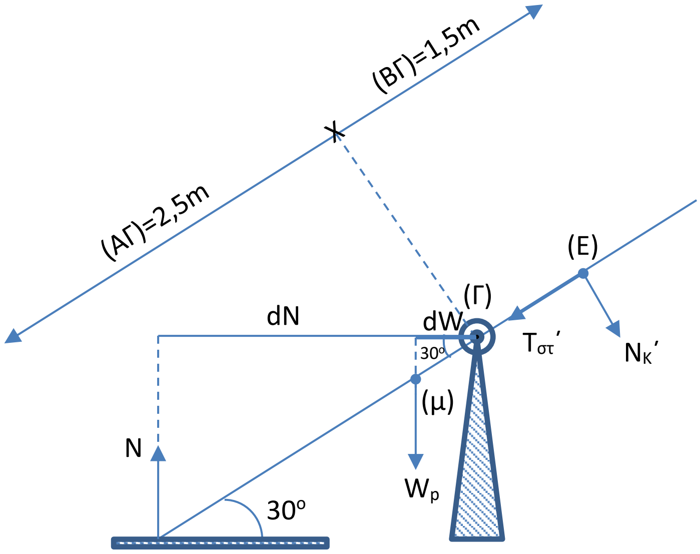
Αφού κοπεί το νήμα, μετατοπίζεται επιπλέον κατά

$$\Delta x_2 = v_1 t + \frac{1}{2}\alpha'_{cm}t^2 => \Delta x_2 = 0.15\mathrm{m}.$$

Άρα

$$\boxed{S = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0.4\mathrm{m}}.$$

Δ5.



Ο κύλινδρος διανύει απόσταση $S = 0.4\mathrm{m}$ οπότε βρίσκεται στην θέση Ε, και απέχει από την άρθρωση απόσταση $(\Gamma E) = 0.2\mathrm{m}$.
Στον κατακόρυφο άξονα ο κύλινδρος ισορροπεί, άρα

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow$$

$$N_\kappa = M_\kappa g\eta\mu(30°) = 10\sqrt{3}\mathrm{Nt}.$$

Άρα

$$(\Gamma M) = \frac{L}{2} - (B\Gamma) = 0.5\mathrm{m}$$

οπότε

$$d_W = (M\Gamma)\sigma\upsilon\nu(30°) = \frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{m}$$

και

$$d_N = (A\Gamma)\eta\mu(30°) = \frac{5\sqrt{3}}{4}\mathrm{m}.$$

Σύμφωνα τώρα με την ισορροπία της σανίδας

$$\sum \tau_{\Gamma} = 0 \Rightarrow$$
$$N d_N = W_{\sigma\alpha\nu} d_W - N'_{\kappa}(\Gamma E) \Rightarrow$$
$$\frac{5\sqrt{3}}{4} N = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow$$
$$N = 2.4\mathrm{Nt}.$$

Εφ' όσον η δύναμη επαφής είναι θετική, η σανίδα δεν ανατρέπεται.

Σχολιασμός:

Τα θέματα ήταν απαιτητικά, με κλιμακούμενη δυσκολία, το 3ωρο δεν ήταν αρκετό και οι μαθητές έπρεπε να γράφουν συνεχώς χωρίς να προλαβαίνουν να σκέφτονται αναλυτικά.

ΘΕΜΑ Α

Βατό, απαιτούσε γνώση όλης της θεωρίας.

ΘΕΜΑ Β:

Το Β2 απαιτούσε μελέτη πολλών διαδοχικών φαινομένων και βαθύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς του ρευστού.

Στο Β3 το σχήμα θα έπρεπε να δοθεί σε προοπτική απεικίνιση, καθώς το δοθέν σχήμα οδηγούσε εύκολα σε παρανόηση σχετικά με το ρόλο της δύναμης του βάρους της ράβδου.

ΘΕΜΑ Γ:

Βατό. Συνδυάζει δύο κεφάλαια της διδαχθείσας ύλης.

ΘΕΜΑ Δ:

Απαιτητικό και με μεγάλη έκταση θέμα. Κακή διατύπωση σχετικά με τον τρόπο περιτύλιξης του νήματος στον κύλινδρο. Δημιούργησε την ανάγκη οι μαθητές να φτιάχνουν πολλά σχήματα.

Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης
Γκιώνη Βασιλική
Δούκας Άγγελος
Λεβέτας Στάθης
Λιαγκριδώνης Παναγιώτης