ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΕΜΠΤΗ 05 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. α

Α3. δ

Α4. β

Α5. α Σ β Λ γ Λ δ Σ ε Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστό το (i)

Είναι $\omega_{\tau\alpha\lambda} = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \rightarrow \omega_{\tau\alpha\lambda} = 400\pi \frac{rad}{s}$ και $\omega_{\tau\alpha\lambda} = 2\pi f_{\tau\alpha\lambda} \rightarrow f_{\tau\alpha\lambda} = 200Hz$

Η περίοδος του διακροτήματος είναι: $T_\delta = \frac{1}{|f_1-f_2|} = \frac{2\pi}{|\omega_1-\omega_2|} = 1s$

Το χρονικό διάστημα μεταξύ τριών διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους είναι $\Delta t=2T_\delta=2s$ και για το πλήθος N των ταλαντώσεων, έχουμε $f_{\tau\alpha\lambda} = \frac{N}{\Delta t} \rightarrow N = 400$

Β2. Σωστό το (iii)

Από εξίσωση συνέχειας: $A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2 = 2v_1$

Από εξίσωση Bernoulli: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \xrightarrow{y_1=y_2=0}$

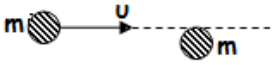
$P_{atm} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_{atm} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho 4 v_1^2 \rightarrow \rho g(h_1 - h_2) = \frac{3}{2}\rho v_1^2 \rightarrow h = \frac{3v_1^2}{2g}$ (1)

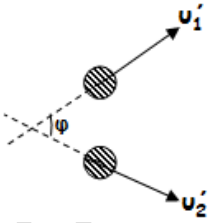
ΘΕΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

Αν διπλασιαστεί η ταχύτητα ροής, δηλαδή $\upsilon_1' = 2\upsilon_1$ τότε η σχέση (1) γράφεται:

$$h' = \frac{3\upsilon_1'^2}{2g} = \frac{3(2\upsilon_1)^2}{2g} = 4\frac{3\upsilon_1^2}{2g} \rightarrow h' = 4h$$

Β3. Σωστό το (ii)

Πριν την κρούση: 

Μετά την κρούση: 

Α.Δ.Ο.:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \Rightarrow mu = \sqrt{(mu_1')+(mu_2')+2mu_1 \cdot mu_2' συνφ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m^2u^2 = m^2u_1'^2 + m^2u_2'^2 + 2m^2u_1'u_2' συνφ \Rightarrow u^2 = u_1'^2 + u_2'^2 + 2u_1'u_2' συνφ \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική: $K_{αρχ} = K_{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}mu^2 + 0 = \frac{1}{2}mu_1'^2 + \frac{1}{2}mu_2'^2 \Rightarrow u^2 = u_1'^2 + u_2'^2$ (2)

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} u^2 = u^2 + 2u_1'u_2' συνφ \Rightarrow συνφ = 0 \Rightarrow \boxed{φ = 90^o}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από την γραφική παράσταση της φάσης του σημείου $x_p = 1m$, συμπεραίνουμε ότι από την χρονική στιγμή $2s$ έως την χρονική στιγμή $4s$ η φάση μεταβάλλεται από μηδέν έως 20π rad, δηλαδή το εν λόγω σημείο έχει εκτελέσει 10 πλήρεις ταλαντώσεις. Συνεπώς η περίοδος ταλάντωσης του κύματος ισούται με $10T = 2s \Rightarrow T = 0,2s$

και η γωνιακή του συχνότητα με $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2}\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 10\pi\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Επίσης παρατηρούμε ότι το κύμα φτάνει στο σημείο $x_p = 1m$, σε χρόνο $2s$, άρα η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ισούται με $\upsilon_\delta = \frac{1\,\text{m}}{2\,\text{s}}$.

Το μήκος κύματος ισούται με $\lambda = \upsilon_\delta T = 0,1m$.

ΘΕΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

Αν υποθέσουμε ότι η ταλάντωση μίας στοιχειώδους μάζας Δm του ελαστικού μέσου είναι απλή αρμονική, τότε το πλάτος ταλάντωσής της, και πλάτος ταλάντωσης της πηγής στην θέση $x = 0$, δίνεται ως

$$E = \frac{1}{2}\Delta m\omega^2 A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{\Delta m\omega^2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 16\pi^2\cdot 10^{-8}}{2\cdot 10^{-6}\cdot 100\pi^2}}\,\text{m} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{A = 0.04\text{m} = 4\text{cm}}}.$$

Γ2. Η εξίσωση του κύματος στο S.I. είναι η

$$y(x,t) = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right] \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{y(x,t) = 0.04\eta\mu[2\pi(5t - 10x)]}}.$$

Γ3. Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Ρ και Σ ισούται με

$$\varphi_\text{P} - \varphi_\Sigma = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\text{P}}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Sigma}{\lambda}\right) = 2\pi\frac{x_\Sigma - x_\text{P}}{\lambda} = 2\pi\frac{0.15}{0{,}1}\text{rad} = 3\pi\text{ rad}.$$

Συνεπώς τα σημεία Ρ και Σ είναι σε αντίφαση, δηλαδή έχουν σε κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και ταχύτητες. Συνεπώς σε μία χρονική στιγμή όπου το σημείο Ρ βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα, το σημείο Σ βρίσκεται επίσης στην θέση ισορροπίας του αλλά με μέγιστη αρνητική ταχύτητα. Άρα

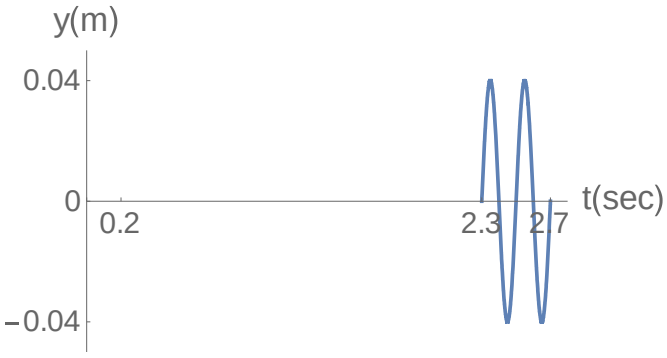
$$\upsilon_\Sigma = -\omega A = -10\pi\cdot 0{,}04\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\upsilon_\Sigma = -0{,}4\pi\frac{\text{m}}{\text{s}}}}.$$

Γ4. Το σημείο Σ ξεκινά να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή,

$$t_\Sigma = \frac{x_\Sigma}{c} = \frac{1.15}{0.5}\text{s} = 2.3\text{s}.$$

Συνεπώς η εξίσωση που περιγράφει την απομάκρυνση του σημείου Σ συναρτήσει του χρόνου είναι $\boxed{\boldsymbol{y(x_\Sigma,t) = \begin{cases} 0, & 0 \le t < 2.3\text{s} \\ 0.04\eta\mu[2\pi(5t - 11.5)], & 2.3\text{s} \le t \le 2.7\text{s} \end{cases}}}$.

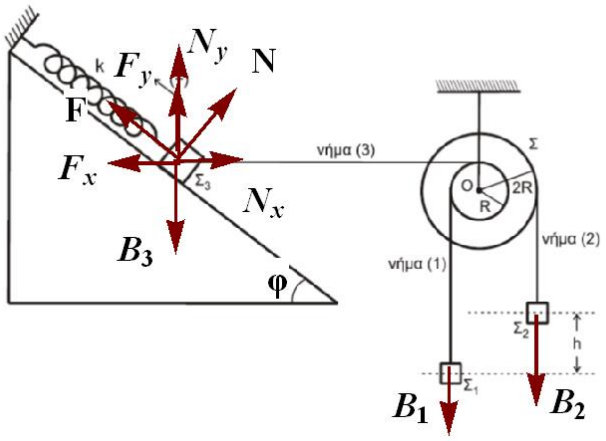
Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ συναρτήσει του χρόνου, απεικονίζεται στο παραπάνω σχήμα.



ΘΕΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζονται κάποιες από τις εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2, Σ_3 και της τροχαλίας Σ.



Αρχικά θα εφαρμόσουμε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική ισορροπία του συστήματος ως προς τον, κάθετο στην σελίδα, άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας Ο της τροχαλίας:

Περιστροφική ισορροπία συστήματος:

$$\sum \tau_O = 0 \Rightarrow F_x R + B_1 R = N_x R + B_2 2R \Rightarrow F\sigma\upsilon\nu(\varphi) + m_1 g = N\eta\mu(\varphi) + 2m_2 g \Rightarrow$$

$$0.6F + m_1 g = 0.8N + 2m_2 g \Rightarrow N = \frac{3}{4}F - \frac{5}{4}(2m_2 - m_1)g \quad (1\alpha).$$

Ισορροπία του σώματος Σ_3 στον κατακόρυφο άξονα:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_y + F_y = B_3 \Rightarrow N\sigma\upsilon\nu(\varphi) + F\eta\mu(\varphi) = m_3 g \Rightarrow$$

$$0.6N + 0.8F = m_3 g \Rightarrow \frac{3}{4}N + F = \frac{5}{4}m_3 g \quad (1\beta).$$

Άρα $(1\alpha), (1\beta) \rightarrow$

$$\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}F - \frac{5}{4}(2m_2 - m_1)g\right) + F = \frac{5}{4}m_3 g \Rightarrow F = \frac{6m_2 + 4m_3 - 3m_1}{5}g \Rightarrow$$

$$F = \frac{6 \cdot 1.5 + 4 \cdot 3 - 3 \cdot 1}{5} \cdot 10\text{N} = 36\text{N}.$$

Αλλά το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου είναι ανάλογο της παραμόρφωσης (επιμήκυνσης) Δl_0 του ελατηρίου, άρα

$$F = k\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{F}{k} = \frac{36}{300}\text{m} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\Delta l_0 = 0,12\text{m}}}.$$

ΘΕΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

Δ2. Μετά το κόψιμο του νήματος (3), το σώμα Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με θέση ισορροπίας σε επιμήκυνση του ελατηρίου,

$$\sum F = 0 => F = B_3 \eta\mu(\varphi) => k\Delta l_1 = m_3 g \eta\mu(\varphi) =>= \frac{m_3 g}{k}\eta\mu(\varphi) =>$$

$$\Delta l_1 = \frac{3 \cdot 10}{300} \cdot 0{,}8\text{m} = 0{,}8\text{m}.$$

Η ταλάντωση ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα σε απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας της η οποία συμπίπτει με την μέγιστη αρνητική απομάκρυνση,

$$x_0 = -(\Delta l_0 - \Delta l_1) = -0{,}04\text{m}.$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με $A = 0.4\text{m}$, η αρχική φάση με

$$x_0 = A\eta\mu(\varphi_0) => \eta\mu(\varphi_0) = \frac{x_0}{A} = -1 => \varphi_0 = \frac{3\pi}{2},$$

και η γωνιακή της συχνότητα

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} = \sqrt{\frac{300}{3}}\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 10\frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Βάσει των παραπάνω η εξίσωση της απομάκρυνσης με τον χρόνο στο S.I. είναι η

$$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 0.04\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right).$$

Το δε μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3 ισούται με το μέτρο της συνολικής δύναμης που δέχεται το σώμα, ή δύναμη επαναφοράς $\vec{F}_{\varepsilon\pi}$ της ταλάντωσης,

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = |F_{\varepsilon\pi}| = k|x| = kA|\eta\mu(\omega t + \varphi_0)| = 12\left|\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)\right| \text{N}.$$

Συνεπώς την χρονική στιγμή $t_1 = {}^{\pi}/_{15}\,\text{s}$, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής ισούται με

$$\left|\frac{dp}{dt}\right| = 12\left|\eta\mu\left(10 \cdot \frac{\pi}{15} + \frac{3\pi}{2}\right)\right| \text{Nt} = 12\left|\eta\mu\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right)\right| \text{Nt} => \boxed{\left|\frac{dp}{dt}\right| = 6\text{N}}.$$

Δ3. Το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2 και της τροχαλίας Σ περιστρέφεται γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας Ο της τροχαλίας, με συνολική ροπή αδράνειας

$$I_{o\lambda} = I_\Sigma + m_1 R^2 + m_2(2R)^2 = (2M + m_1 + 4m_2)R^2.$$

ΘΕΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

Αν τώρα α_γ είναι η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος και θεωρήσουμε θετική φορά περιστροφής αυτήν των δεικτών του ρολογιού, τότε σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση του συστήματος,

$$\sum \tau_O = I_{o\lambda}\alpha_\gamma \Rightarrow B_2 2R - B_1 R = (2M + m_1 + 4m_2)R^2\alpha_\gamma \Rightarrow$$

$$\alpha_\gamma = \frac{2m_2 - m_1}{2M + m_1 + 4m_2}\frac{g}{R} = \frac{2\cdot 1{,}5 - 1}{2\cdot 1{,}5 + 1 + 4\cdot 1{,}5}\cdot\frac{10\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}{0{,}1} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{\alpha_\gamma = 20\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}}}.$$

Δ4. Τα νήματα (1) και (2) είναι μη εκτατά και δεν ολισθαίνουν στην περιφέρεια της τροχαλίας, συνεπώς αν y_1 και y_2 οι μετατοπίσεις και α_1 και α_2 οι επιταχύνσεις των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, τότε ισχύουν οι σχέσεις

$$y_1 = R\theta, \qquad \alpha_1 = \alpha_\gamma R, \qquad y_2 = 2R\theta = 2y_1, \qquad \alpha_2 = 2\alpha_\gamma R = 2\alpha_1,$$

όπου θ η γωνία περιστροφής του στερεού Σ.

Συνεπώς την χρονική στιγμή t_1 όπου τα δύο σώματα θα βρεθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και εφ' όσον κινούνται με αντίθετες φορές, θα ισχύει ότι

$$y_1 + y_2 = h \Rightarrow 3y_1 = h \Rightarrow y_1 = \frac{h}{3} = 0{,}16\text{m}.$$

Επίσης το σώμα Σ_1 εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση από μηδενική αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση $\alpha_1 = \alpha_\gamma R = 20\cdot 0{,}1\,\text{m/s}^2 = 2\,\text{m/s}^2$, οπότε

$$y_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2y_1}{\alpha_1}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}16}{2}}\,\text{s} = 0{,}4\text{s}.$$

Στην παραπάνω χρονική στιγμή, η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας ισούται με

$$w_1 = \alpha_\gamma t_1 = 20\cdot 0{,}4\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 8\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

και η στροφορμή της με

$$L_\Sigma = I_\Sigma w_1 = 2MR^2 w_1 = 2\cdot 1{,}5\cdot 0{,}01\cdot 8\text{Kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{L_\Sigma = 0{,}24\text{Kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}}}}.$$

Δ5. Έστω ότι το στερεό Σ έχει διαγράψει τις $N = 20/\pi$ περιστροφές, σε χρόνο t_2. Τότε η γωνία περιστροφής του θα ισούται με $\theta_2 = 2\pi N = 40\text{rad}$ και η χρονική στιγμή t_2 με

$$\theta_2 = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2\theta_2}{\alpha_\gamma}} = \sqrt{\frac{2\cdot 40}{20}}\,\text{s} = 2\text{s}.$$

ΘΕΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

Τότε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού σώματος Σ, ισούται με

$$\left|\frac{dK_{\Sigma}}{dt}\right| = \sum \tau_O w_2 = I_{\Sigma}\alpha_{\gamma}\alpha_{\gamma}t_2 = 2MR^2\alpha_{\gamma}^2 t_2 = 2\cdot 1{,}5\cdot 0{,}01\cdot 400\cdot 2\frac{\text{J}}{\text{s}} => \boxed{\left|\frac{dK_{\Sigma}}{dt}\right| = \mathbf{24}\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{s}}}.$$

Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης

ΘΕΤΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ