ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ,

Α2. β,

Α3. γ,

Α4. δ,

Α5. α Σωστό, β Σωστό, γ. Λάθος, δ. Λάθος, ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση η (ii).

β) Έστω ότι E είναι η ενέργεια ταλάντωσης ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή ο οποίος έχει αναλυτικά την ίδια εξίσωση απομάκρυνσης, με αυτήν που προκύπτει από την σύνθεση των απλών αρμονικών ταλαντώσεων $x_1 = A_1 ημ(\omega t)$ και $x_2 = A_2 ημ\left(\omega t + {}^{\pi}/_{2}\right)$. Έστω επίσης ότι

$$E_1 = \frac{1}{2} m\omega^2 A_1^2 \text{ και } E_2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A_2^2$$

είναι οι ενέργειες των απλών αρμονικών ταλαντώσεων x_1 και x_2, όταν αυτές πραγματοποιούνται ανεξάρτητα.
Τότε η απλή αρμονική ταλάντωση που αναλογεί στην σύνθεση των δύο, έχει πλάτος

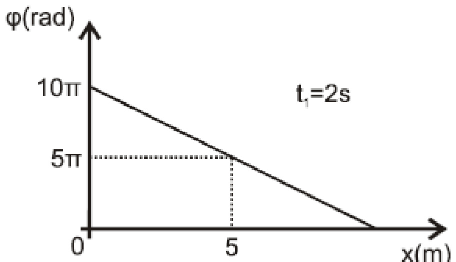
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 συν\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

και ενέργεια ταλάντωσης ίση με

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (A_1^2 + A_2^2) = E_1 + E_2.$$

Β2. α) Σωστή απάντηση η (ii).

β) Σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα, την χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{s}$ η πηγή έχει φάση $\varphi_0 = 10\pi$ rad, άρα έχει εκτελέσει συνολικά 5 ταλαντώσεις. Συνεπώς



Σχήμα 1

$$t_1 = 5T \Longrightarrow T = \frac{2}{5}\text{s}.$$

Στον χρόνο αυτόν η φάση του σημείου με απόσταση $x = 5\text{m}$ από την πηγή ισούται με $\varphi = 5\pi$ rad, άρα στο SI,

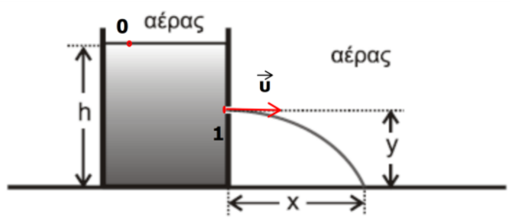
$$\varphi(x,t) = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Longrightarrow 5\pi = 2\pi\left(\frac{t_1}{2/5} - \frac{5}{\lambda}\right) \Longrightarrow \lambda = 2\mathrm{m}.$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος ισούται με

$$\upsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{2/5}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Β3. α) Σωστή απάντηση η (i).

β) Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας από ένα σημείο «0» της επιφάνειας του δοχείου, μέχρι το σημείο «1» στην οπή,



Σχήμα 2

$$A\upsilon_0 = \alpha\upsilon,$$

όπου A το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας του δοχείου και $\alpha \ll A$ το εμβαδόν της οπής. Άρα

$$\upsilon_0 = \frac{\alpha}{A}\upsilon \to 0,$$

δηλαδή η ταχύτητα καθόδου της ελεύθερης επιφάνειας του νερού μπορεί να θεωρηθεί προσεγγιστικά ίση με το μηδέν για μικρά χρονικά διαστήματα. Στην συνέχεια εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ των σημείων «0» και «1», λαμβάνοντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας στο έδαφος. Άρα η ταχύτητα εκροής στο σημειο «1» της οπής ισούται με

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_0^2 + \rho g h = p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon^2 + \rho g y \Longrightarrow \upsilon = \sqrt{2g(h-y)}$$

γιατί $p_0 = p_1 = p_{\mathrm{at}}$.

Στην συνέχεια το νερό εκτελεί οριζόντια βολή από το ύψος y, άρα φτάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}},$$

έχοντας διανύσει οριζόντια απόσταση,

$$x = \upsilon t = \sqrt{2g(h-y)}\sqrt{\frac{2y}{g}} = 2\sqrt{y(h-y)} = 2\sqrt{\frac{h}{2}\left(h - \frac{h}{2}\right)} = 2\frac{h}{2} = h.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ακριβώς πριν την κρούση, υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης της μάζας m_1, συγκεκριμένα

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kA^2 => \upsilon_1^2 = \frac{k}{m_1}(A^2 - x_1^2) = \frac{k}{m_1}\left(A^2 - \frac{3}{4}A^2\right) =$$

$$> |\upsilon_1| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m_1}}A$$

ή

$$|\upsilon_1| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{100}{1}}0.4\frac{\text{m}}{\text{s}} => \boxed{|\boldsymbol{\upsilon_1}| = \mathbf{2}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}}.$$

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητα υ_0 του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση υπολογίζεται από την αρχή διατήρησης της ορμής κατά μήκος του οριζοντίου άξονα, ήτοι

$$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2\sigma\upsilon\nu(\varphi) = (m_1 + m_2)\upsilon_0 => \upsilon_0 = \frac{1 \cdot 2 - 3 \cdot 8 \cdot \frac{1}{3}}{1 + 3}\frac{\text{m}}{\text{s}} = > \boxed{\boldsymbol{\upsilon_0} = -\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}}.$$

Γ2. Το συσσωμάτωμα ακριβώς μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική απομάκρυνση x_1 από την θέση ισορροπίας του και αρχική ταχύτητα υ_0. Το δε πλάτος A' της ταλάντωσης του συσσωματώματος προκύπτει από την αρχή διατήρησης της ενέργειας

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kA'^2 => A' = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}\upsilon_0^2 + x_1^2}$$

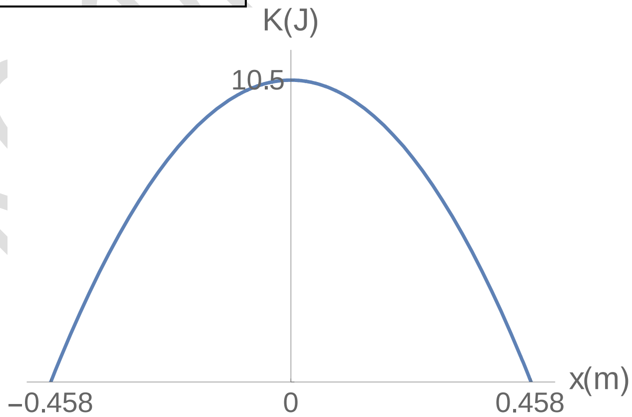
ή

$$A' = \sqrt{\frac{1+3}{100} \cdot \frac{9}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{100}}\text{m} => \boxed{\boldsymbol{A'} = \mathbf{0.1\sqrt{21}m \approx 0.458m}}.$$

Γ3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος, προκύπτει ότι $E = K + U => K = E - U$ ή στο S.I.,

$$K(x) = \frac{1}{2}k\left(A'^2 - x^2\right) = 50 \cdot (0.21 - x^2) =>$$

$$\boxed{\boldsymbol{K(x)} = \mathbf{10.5 - 50}\boldsymbol{x^2}}, \qquad -0.1\sqrt{21}\text{m} \le x \le 0.1\sqrt{21}\text{m}.$$



Γ4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ₁ και Σ₂, ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση, υπολογίζεται μέσω του λόγου

$$\lambda = \frac{K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{\pi\rho\iota\nu}} = 1 - \frac{K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{\pi\rho\iota\nu}} = 1 - \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_0^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} = 1 - \frac{4 \cdot \frac{9}{4}}{1 \cdot 4 + 3 \cdot 64}$$

$$= \frac{187}{196}.$$

Άρα κατά την πλαστική κρούση η απώλεια ενέργειας ισούται με

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda \times 100\% = \frac{187}{196} \times 100\% \approx 95.4\%}}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για την ισορροπία των τριών σωμάτων, προκύπτει ότι:

Ισορροπία του Σ_1:

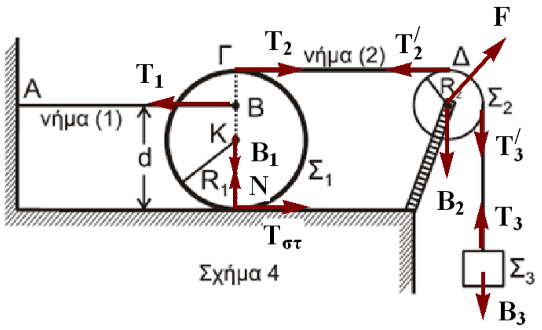
$$T_1 = T_2 + T_{\sigma\tau} \quad (1\alpha), \qquad T_1 d = T_2 2R_1 \quad (1\beta).$$

Ισορροπία του Σ_2:

$$T_2' R_3 = T_3' R_3 \quad (2).$$

Ισορροπία του Σ_3:

$T_3 = B_3 = M_3 g = 10\mathrm{Nt}$.



Σχήμα 4

Εφ' όσον τα νήματα είναι αβαρή, έπεται ότι $T_3 = T_3'$ και $T_2 = T_2'$. Άρα

$(2) \rightarrow T_2' = T_3 = 10\mathrm{Nt}$

και

$$(1\beta) \rightarrow T_1 = \frac{2R_1}{d} T_2 = \frac{2R_1}{\frac{3}{2}R_1} T_2$$

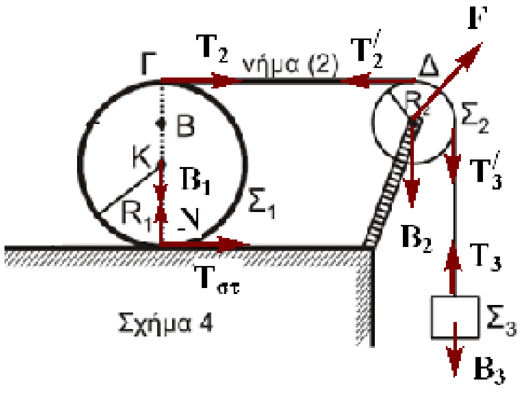
ή

$$T_1 = \frac{4}{3} \cdot 10\mathrm{Nt} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{T_1 = \frac{40}{3}\mathrm{Nt}}}.$$

Δ2. Αρχικά παρατηρούμε ότι τα τρία σώματα συνδέονται μέσω του αβαρούς νήματος, άρα

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_\Delta = \upsilon_3 \Rightarrow 2\upsilon_{\mathrm{cm}} = \omega_2 R_2 = \upsilon_3,$$

όπου υ_{cm} η μεταφορική ταχύτητα του δίσκου Σ_1, ω_2 η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας Σ_2 και υ_3 η ταχύτητα του σώματος Σ_3.



Σχήμα 4

Έπεται ότι

$$2\frac{d\upsilon_{\mathrm{cm}}}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2 = \frac{d\upsilon_3}{dt} \Rightarrow$$

$$2\alpha_{\mathrm{cm}} = \alpha_{\gamma 2} R_2 = \alpha_3 \quad (3).$$

Στην συνέχεια θα μελετήσουμε την κίνηση κάθε σώματος μέσω του δευτέρου νόμου του Νεύτωνα:

Κύλιση του δίσκου Σ_1 ($\alpha_{\mathrm{cm}} = \alpha_{\gamma 1} R_1$):

$$T_2 + T_{\sigma\tau} = M_1 \alpha_{\mathrm{cm}} \quad (4\alpha)$$

και

$$T_2 R_1 - T_{\sigma\tau} R_1 = I_1 \alpha_{\gamma 1} \Rightarrow T_2 R_1 - T_{\sigma\tau} R_1 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \alpha_{\gamma 1} \Rightarrow$$

$$T_2 - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} M_1 \alpha_{\mathrm{cm}} \quad (4\beta).$$

Άρα

$$(4a) + (4\beta) \rightarrow T_2 = \frac{3}{4} M_1 a_{\mathrm{cm}} \quad (4).$$

<u>Περιστροφή της τροχαλίας Σ2</u>:

$$T'_3 R_2 - T'_2 R_2 = I_2 a_{\gamma 2} => T'_3 R_2 - T'_2 R_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 a_{\gamma 2} => T'_3 - T'_2$$
$$= \frac{1}{2} M_2 2\alpha_{\mathrm{cm}} =>$$
$$T'_3 - T'_2 = M_2 \alpha_{\mathrm{cm}} \quad (5).$$

<u>Κίνηση του Σ3</u>:

$$M_3 g - T_3 = M_3 \alpha_3 => M_3 g - T_3 = 2M_3 \alpha_{\mathrm{cm}} \quad (6).$$

Λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι $T_3 = T'_3$ και $T_2 = T'_2$, προκύπτει ότι

$$(4) + (5) + (6) \rightarrow T_2 + T'_3 - T'_2 + M_3 g - T_3 = \left(\frac{7}{10} M_1 + M_2 + 2M_3\right) \alpha_{\mathrm{cm}}$$
$$=>$$
$$\alpha_{\mathrm{cm}} = \frac{M_3}{\frac{3}{4} M_1 + M_2 + 2M_3} g = \frac{1}{\frac{3}{4} \cdot 8 + 2 + 2 \cdot 1} \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} => \boxed{\boldsymbol{\alpha_{\mathrm{cm}} = 1 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}.$$

Δ3. Η στροφορμή της τροχαλίας δίνεται από την σχέση

$$L_2 = I_2 \omega_2 = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 a_{\gamma 2} t = \frac{1}{2} M_2 R_2 2\alpha_{\mathrm{cm}} t = M_2 R_2 \alpha_{\mathrm{cm}} t$$

ή

$$L_2 = 2 \cdot 0.1 \cdot 1 \cdot 1 \mathrm{Kg} \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} => \boxed{\boldsymbol{L_2 = 0.2 \mathrm{Kg} \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}}}.$$

Δ4. Το σώμα M_3 στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 1\mathrm{s}$, έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά

$$h = \frac{1}{2} a_3 t_1^2 = a_{\mathrm{cm}} t_1^2 = 1\mathrm{m}.$$

Συνεπώς η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειάς του ισούται με

$$\Delta U = U(t_1) - U(0) = 0 - M_3 g h => \boxed{\boldsymbol{\Delta U = -10\mathrm{J}}},$$

όπου επιλέξαμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκεται το σώμα Σ3 την χρονική στιγμή t_1.

<u>Επιμέλεια</u>: Στάθης Λεβέτας