

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ
ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2015 – ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΟΜΑΔΑ ΠΡΩΤΗ

ΘΕΜΑ Α

- A1. Βλέπε σχολικό βιβλίο σελ. 31.
A2. Βλέπε σχολικό βιβλίο σελ. 22.
A3. Βλέπε σχολικό βιβλίο σελ. 86 – 87.
A4.
α) Λάθος
β) Σωστό
γ) Λάθος
δ) Λάθος
ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Οι λύσεις της εξίσωσης είναι: $x = \frac{1}{3}$ ή $8x^2 - 6x + 1 = 0$

$$\Delta = 36 - 32 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{16} \begin{cases} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{cases}$$

Και $A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B$ οπότε

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B)$$

$$\text{Άρα: } P(A \cap B) = \frac{1}{4}, P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

B2. $P(A' - B') = P(A') - P(A' \cap B')$

$$= P(A') - P(A \cup B)'$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(\Delta) = P(A \cap B)' = \frac{3}{4}$$

B3. $P(E) = P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$

$$= P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

B4.

Η εξίσωση $9x^2 - 3x - 2 = 0$ έχει διακρίνουσα $\Delta = 9 + 72 = 81$ ως λύσεις τις:

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 9}{18} \begin{cases} -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{cases}$$

Άρα $P(\Gamma) = \frac{2}{3}$ αφού $P(\Gamma) = \frac{-1}{3}$ αδύνατο.

Αν Β, Γ ασυμβίβαστα τότε:

$$P(B \cup \Gamma) = P(B) + P(\Gamma)$$

$$= P(B) + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{5}{12} + \frac{2}{3} = \frac{13}{12} > 1 \text{ άτοπο.}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = P(B)$$

$$\frac{5}{12} = P(B)$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Κλάσεις	$x_i\%$	$f_i\%$
[8,10)	9	10
[10,12)	11	10
[12,14)	13	30
[14,16)	15	20
[16,18)	17	30

- $f_1\% = 10\%$
- $f_5\% = 30\%$
- $\alpha_3 = 360 \cdot f_3 \Leftrightarrow$
 $108 = 360 \cdot f_3 \Leftrightarrow$
 $f_3 = \frac{108}{360} = 0,3$
- $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} = \sum_{i=1}^5 x_i f_i \Leftrightarrow$
 $14 = 0,9 + 11f_2 + 3,9 + 15f_4 + 5,1 \Leftrightarrow$
 $4,1 = 11f_2 + 15f_4 \quad (1)$
- Ισχύει $f_2 + f_4 = 0,3 \quad (2)$
- Από (1), (2) $\begin{cases} 11f_2 + 15f_4 = 4,1 \\ f_2 + f_4 = 0,3 \end{cases} \Leftrightarrow f_4 = 0,2, \text{ άρα } f_2 = 0,1$

Γ2.

$$s^2 = \frac{\sum_1^5 (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \sum_1^5 (x_i - \bar{x})^2 f_i$$

$$s^2 = (9-14)^2 \cdot 0,1 + (11-14)^2 \cdot 0,1 + (13-14)^2 \cdot 0,3 + (15-14)^2 \cdot 0,2 + (17-14)^2 \cdot 0,3 =$$

$$= 2,5 + 0,9 + 0,3 + 0,2 + 2,7 = 6,6$$

Άρα $s = \sqrt{6,6} \approx 2,57$

$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2,57}{14} > 0,10$ άρα δεν είναι ομοιογενές το δείγμα

Γ3. $\sum_1^4 x_i v_i = 1780 \Leftrightarrow \left(f_i = \frac{v_i}{v} \Leftrightarrow v_i = f_i v \right)$

$$x_1 \cdot f_1 \cdot v + x_2 \cdot f_2 \cdot v + x_3 \cdot f_3 \cdot v + x_4 \cdot f_4 \cdot v = 1780$$

$$9 \cdot 0,1v + 11 \cdot 0,1v + 13 \cdot 0,3v + 15 \cdot 0,2v = 1780$$

$$0,9v + 1,1v + 3,9v + 3v = 1780$$

$$8,9v = 1780$$

$$v = 200$$

Γ4. Η σχέση $\beta_i = \frac{\alpha_i - \bar{\alpha}}{S_\alpha} \Leftrightarrow \beta_i = \frac{1}{S_\alpha} \alpha_i - \frac{\bar{\alpha}}{S_\alpha}$ (γραμμική) οπότε από εφαρμογή ισχύει

$$\bar{\beta} = \frac{1}{S_\alpha} \bar{\alpha} - \frac{\bar{\alpha}}{S_\alpha} = 0$$

$$S_\beta = \frac{1}{S_\alpha} \cdot S_\alpha = 1$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το ΔB ορθογώνιο τρίγωνο και η $\Delta B = 2\rho = 10$ (διάμετρος)

$$\text{άρα } A\Delta = \sqrt{100 - x^2} \quad 0 < x < 10 \quad E = (AB)(A\Delta)$$

$$\text{και } E = f(x) = x\sqrt{100 - x^2}$$

Δ2. Η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη με $f'(x) = \sqrt{100 - x^2} - \frac{2x^2}{2\sqrt{100 - x^2}} = \frac{100 - 2x^2}{\sqrt{100 - x^2}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 50 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 5\sqrt{2} \\ -5\sqrt{2} \text{ απορρίπτεται} \end{cases}$$

x	0	$5\sqrt{2}$	10
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		↗	↘

Άρα για $x = 5\sqrt{2}$ το εμβαδό γίνεται μέγιστο και τότε $AB = x = 5\sqrt{2}$ και $A\Delta = \sqrt{100 - 50} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ δηλαδή το $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνο.

$$\Delta 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x) - \sqrt{99}}{98 \cdot x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{98} \frac{f(1+x) - f(1)}{x} =$$

$$= \frac{1}{98} \cdot f'(1) = \frac{1}{98} \cdot \frac{98}{\sqrt{99}} = \frac{1}{\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{99}}{99} = \frac{\sqrt{11}}{33}$$

Δ4.

$$P(A-B) \leq P(A) \stackrel{f: \text{γνησίως αύξουσα}}{\Rightarrow} f(P(A-B)) \leq f(P(A))$$

$$\Rightarrow P(A-B) \sqrt{100 - P^2(A-B)} \leq P(A) \sqrt{100 - P^2(A)}$$

$$\Rightarrow \frac{P(A-B)}{\sqrt{100 - P^2(A)}} \leq \frac{P(A)}{\sqrt{100 - P^2(A-B)}}$$

$$f: \text{γνησίως αύξουσα} \Rightarrow f\left(\frac{P(A-B)}{\sqrt{100 - P^2(A)}}\right) \leq f\left(\frac{P(A)}{\sqrt{100 - P^2(A-B)}}\right)$$

$$\left(P(A-B), P(A), \frac{P(A-B)}{\sqrt{100 - P^2(A)}}, \frac{P(A)}{\sqrt{100 - P^2(A-B)}} \text{ ανήκουν στο διάστημα } (0, 5\sqrt{2}) \right)$$

Επιμέλεια: Κανακάκης Γιώργος

Μπαμπέ Αφροδίτη

Οικονομόπουλος Αναστάσιος

Πεφάνης Κωνσταντίνος

Ρούτης Κωνσταντίνος