ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά

Α1. Σε μία απλή αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση υ=Αω.ημωt. Τότε η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση:[i]

α. x=A.ημωt

β. x=A.συνωt

γ. x=Aημ(ωt+π)

δ. x=A.ημ(ωt+3π/2)

Α2. Όταν οδηγούμε τη νύχτα σε βρεγμένο δρόμο, με τα φώτα αναμμένα, η οδήγησή μας είναι

α. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της ολικής ανάκλασης του φωτός

β. ευκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός

γ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της κατοπτρικής ανάκλασης του φωτός

δ. δυσκολότερη λόγω του φαινομένου της διάχυσης του φωτός

Α3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που προκαλεί την απόσβεση είναι της μορφής $F = -bv$, όπου b θετική σταθερά και υ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται. Το έργο της δύναμης αυτής είναι

α. θετικό, όταν το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση

β. πάντα αρνητικό

γ. πάντα θετικό

δ. μηδέν για μια πλήρη ταλάντωση

Α4. Ιδανικό κύκλωμα $L_1 - C$ εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με συχνότητα f_1. Εισάγοντας πυρήνα μαλακού σιδήρου στο πηνίο, παρατηρούμε ότι η συχνότητα της ταλάντωσης γίνεται $f_2 = \frac{1}{4} f_1$. Ο συντελεστής αυτεπαγωγής L_2 του πηνίου έγινε

α. $4L_1$
β. $16L_1$
γ. $L_1/4$
δ. $L_1/16$

Α5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** , για τη σωστή πρόταση , και τη λέξη **Λάθος ,** για τη λανθασμένη.

α. τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά

β. Το ορατό φως παράγεται κατά τις αποδιεγέρσεις πυρήνων στα άτομα και στα μόρια

γ. Το φαινόμενο της διάθλασης παρατηρείται μόνο στο ορατό φως

δ. Κατά τη κεντρική ελαστική κρούση δυο σφαιρών , οι οποίες έχουν ίσες μάζες , οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες

ε. Μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι στο S.I το 1N.m.s

ΘΕΜΑ Β

Β1. Απλός αρμονικός ταλαντωτής, ελατήριο-μάζα, με σταθερά ελατηρίου $k = 100\ \frac{N}{m}$ και μάζα $m = 1$ kg εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα διεγέρτη $f = \frac{8}{\pi}$ Hz. Αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης

i. μειώνεται
ii. αυξάνεται
iii. μένει σταθερό

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση

Σωστή απάντηση είναι η ι)

Για την ιδιοσυχνότητα του συστήματος, ισχύει

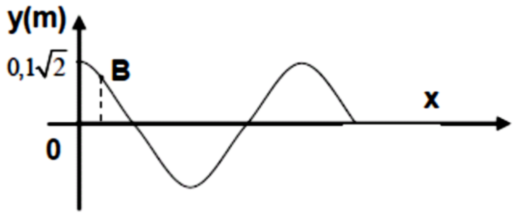
$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5}{\pi}\text{Hz} \prec \frac{8}{\pi}\text{Hz} = f$$

Άρα

Αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί , τότε η διαφορά $|f-f_0|$ θα αυξηθεί και επομένως το πλάτος της ταλάντωσης θα μειωθεί

B2.

Το σχήμα δίνει το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος, με περίοδο Τ και μήκος κύματος λ, τη χρονική στιγμή $t = \frac{1}{8}T$. Το σημείο 0 είναι κοιλία που για $t = 0$ s διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Το πλάτος της ταλάντωσης σημείου Β με $x_B = \frac{1}{8}\lambda$ είναι:



i. 0,05 m

ii. 0,1 m

iii. $0{,}1\sqrt{2}$ m

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση

Σωστή απάντηση είναι η iii)

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος δίνεται από τη σχέση

$$y=2A\sigma\upsilon\nu(2\pi\chi/\lambda).\eta\mu(2\pi t/T)\xrightarrow{x=0,\ t=T/8} y = 2A.\sigma\upsilon\nu(0).\eta\mu(2\pi\frac{T/8}{T}) \Rightarrow$$

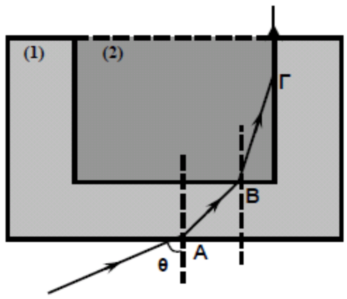
$$y = 2A.1.\eta\mu(\pi/4) = 2A.\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 0{,}1\sqrt{2} = A.\sqrt{2} \Rightarrow A = 0{,}1m$$

Οπότε για το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Β , προκύπτει

$$A_B = 2A\sigma\upsilon\nu(2\pi\chi_B/\lambda)\xrightarrow{\chi_B=\lambda/8} A_B = 2.0{,}1.\sigma\upsilon\nu(2\pi\frac{\lambda/8}{\lambda}) = 0{,}2.\sigma\upsilon\nu(\pi/4) \Rightarrow$$

$$A_B = 0{,}2.\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}1\sqrt{2}m$$

Β3. Δύο υλικά (1) και (2) με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2, αντίστοιχα, με $n_1 < n_2$, τοποθετούνται όπως στο παρακάτω σχήμα. Μονοχρωματική δέσμη φωτός από τον αέρα εισέρχεται στο υλικό (1) στο σημείο Α με γωνία πρόσπτωσης θ. Μετά από διάθλαση στο σημείο Β, εισέρχεται στο υλικό (2) και συναντά τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών στο σημείο Γ. Αν γνωρίζουμε ότι στη συνέχεια κινείται παράλληλα με τη διαχωριστική επιφάνεια των δύο υλικών, τότε ισχύει:



i. ημθ=n_1/n_2

ii. $\eta\mu\theta = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$

iii. $\eta\mu\,\theta = 1 - \frac{n_1}{n_2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση

Σωστή απάντηση είναι η ii)

Έστω ότι

θ_1 : η Γωνία διάθλασης στο Α η οποία είναι ίση με τη γωνία πρόσπτωσης στο Β

θ_2 :η γωνία διάθλασης στο Β

90-θ_2 : η γωνία πρόσπτωσης στο Γ

Διάθλαση στο σημείο Α (νόμος Snell)

ημθ=n_1.ημθ_1 (1)

Διάθλαση στο σημείο Β (νόμος Snell)

n_1.ημθ_1=n_2.ημθ_2 (2)

Διάθλαση στο σημείο Γ (νόμος Snell)

$$\eta_2.\eta\mu(90-\theta_2)=\eta_1 \Rightarrow \eta_2.\sigma\upsilon\nu\theta_2=\eta_1$$

Υψώνουμε στο τετράγωνο , οπότε έχουμε

$$\eta_2^{\,2}.\sigma\upsilon\nu^2\theta_2=\eta_1^{\,2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\theta_2=\frac{\eta_1^{\,2}}{\eta_2^{\,2}} \xrightarrow{\eta\mu^2\theta+\sigma\upsilon\nu^2\theta=1}$$

$$1-\eta\mu^2\theta_2=\frac{\eta_1^{\,2}}{\eta_2^{\,2}} \Rightarrow \eta\mu^2\theta_2=1-\frac{\eta_1^{\,2}}{\eta_2^{\,2}} \Rightarrow \eta\mu\theta_2=\sqrt{1-\frac{\eta_1^{\,2}}{\eta_2^{\,2}}} \quad (3)$$

Από τη (2) , έχουμε

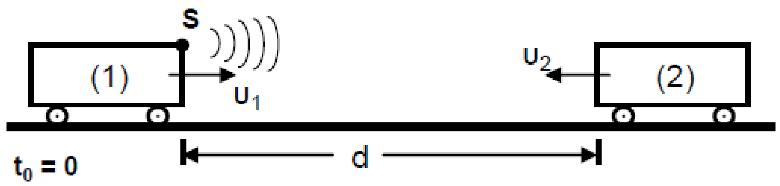
$$\eta\mu\theta_2 = \frac{\eta_1 \cdot \eta\mu\theta_1}{\eta_2} \xrightarrow{(1)} \eta\mu\theta_2 = \frac{\eta_1}{\eta_2} \cdot \frac{\eta\mu\theta}{\eta_1} = \frac{\eta\mu\theta}{\eta_2} \quad (4)$$

Οι εξισώσεις (3) και (4) έχουν τα πρώτα μέλη ίσα , άρα είναι και τα δεύτερα μέλη ίσα

$$\frac{\eta\mu\theta}{\eta_2} = \sqrt{1 - \frac{\eta_1^2}{\eta_2^2}} \Rightarrow \eta\mu\theta = \eta_2 \cdot \sqrt{1 - \frac{\eta_1^2}{\eta_2^2}} = \eta_2 \cdot \sqrt{\frac{\eta_2^2 - \eta_1^2}{\eta_2^2}} = \sqrt{\eta_2^2 - \eta_1^2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Σε κινούμενο τρένο (1) με ταχύτητα υ_1 υπάρχει ηχητική πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s για χρονικό διάστημα Δt_s. Τρένο (2) κινείται με ταχύτητα υ_2 αντίθετης φοράς και τη στιγμή $t_0 = 0$ απέχει από το τρένο (1) απόσταση d. Στο τρένο (1) υπάρχει συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων στο τρένο (2) ηχητικών κυμάτων. Δίνεται ότι ο ανακλώμενος ήχος στο τρένο (2) έχει την ίδια συχνότητα με τον προσπίπτοντα σε αυτόν ήχο.



Γ1. Αν f_1 είναι η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει η συσκευή, να δείξετε ότι

$$f_1 = \frac{(\upsilon + \upsilon_2)}{(\upsilon - \upsilon_2)} \cdot \frac{(\upsilon + \upsilon_1)}{(\upsilon - \upsilon_1)} f_s$$

Μονάδες 7

Δίνονται: ταχύτητα του ήχου $\upsilon = 340\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{sec}}$, $f_s = 1900\mathrm{Hz}$, $\upsilon_1 = 20\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{sec}}$, $\upsilon_2 = 20\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{sec}}$, $\Delta t_s = 0.81\mathrm{sec}$

Γ2. Αν τη χρονική στιγμή $t_1 = 6.8sec$ η συσκευή αρχίζει να ανιχνεύει τον ανακλώμενο ήχο, να βρεθεί η απόσταση d που είχαν τα τρένα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 9

Γ3. Ποια χρονική στιγμή t_2 η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο;

Μονάδες 9

Απάντηση

Γ1. Το μήκος κύματος λ_s του εκπεμπόμενου ήχου συμπιέζεται κατά $\upsilon_1 T_s$ εφ' όσον η πηγή κινείται κατά την φορά της διεύθυνσης διάδοσης του κύματος με ταχύτητα υ_1. Άρα το τρένο (2) αντιλαμβάνεται ήχο μήκους κύματος $\lambda_2 = \lambda_s - \upsilon_1 T_s$.

Επίσης η ταχύτητα διάδοσης του ήχου για το τρένο (2) ισούται με $\upsilon_{\eta\chi}^{(2)} = \upsilon + \upsilon_2$ εφ' όσον το τρένο κινείται στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος με φορά αντίθετη από αυτήν του ήχου, με ταχύτητα υ_2.

Βάσει των παραπάνω, ο θεμελιώδης νόμος της κυματικής στο σύστημα αναφοράς του τρένου (2) λαμβάνει την μορφή

$$\upsilon_{\eta\chi}^{(2)} = \lambda_2 f_2 => \upsilon + \upsilon_2 = (\lambda_s - \upsilon_1 T_s) f_2 => f_2 = \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\lambda_s - \upsilon_1 T_s} = \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon - \upsilon_1} f_s \quad (\alpha),$$

όπου $\upsilon = \lambda_s f_s = \lambda_s / T_s$.

Στην συνέχεια ο ήχος ανακλάται στο τρένο (2) οπότε για την συσκευή ανίχνευσης το τρένο (2), ως πηγή, κινείται με ταχύτητα υ_2 και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_2. Άρα, κατ' αναλογίαν με τα προηγούμενα, τώρα έχουμε ότι η συχνότητα f_1 που αντιλαμβάνεται το τρένο (1) για τον εξ' ανακλάσεως ήχο είναι

$$f_1 = \frac{\upsilon + \upsilon_1}{\upsilon - \upsilon_2} f_2 \quad (\beta).$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (α) και (β) προκύπτει το ζητούμενο, ήτοι

$$\boxed{\boldsymbol{f_1 = \frac{\upsilon + \upsilon_1}{\upsilon - \upsilon_2} \cdot \frac{\upsilon + \upsilon_2}{\upsilon - \upsilon_1} f_s}}.$$

Γ2. Έστω Δt_{12} το χρονικό διάστημα στο οποίο ο ήχος από το τρένο (1) φτάνει στο τρένο (2). Τότε εφ' όσον τα τρένα κινούνται με αντίθετες κατευθύνσεις, έπεται ότι

$$d - \upsilon_2 \Delta t_{12} = \upsilon \Delta t_{12} => d = (\upsilon + \upsilon_2)\Delta t_{12} \quad (\gamma).$$

Αντιστοίχως, αν Δt_{21} είναι ο χρόνος στον οποίο ο εξ' ανακλάσεως ήχος φτάνει από το τρένο (2) στο τρένο (1), τότε

$$d - \upsilon_2 \Delta t_{12} - \upsilon_1 \Delta t_{12} - \upsilon_1 \Delta t_{21} = \upsilon \Delta t_{21} => d = (\upsilon + \upsilon_1)\Delta t_{21} + (\upsilon_2 + \upsilon_1)\Delta t_{12} \quad (\delta).$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (γ) και (δ) προκύπτει ότι

$$(\gamma)-(\delta) \to 0=(\upsilon+\upsilon_2)\Delta t_{12}-(\upsilon+\upsilon_1)\Delta t_{21}-(\upsilon_2+\upsilon_1)\Delta t_{12} => \Delta t_{21} = \frac{\upsilon-\upsilon_1}{\upsilon+\upsilon_1}\Delta t_{12},$$

όπου σύμφωνα με την εκφώνηση

$$\Delta t_{12}+\Delta t_{21}=t_1 => \left(1+\frac{\upsilon-\upsilon_1}{\upsilon+\upsilon_1}\right)\Delta t_{12}=t_1 => \frac{2\upsilon}{\upsilon+\upsilon_1}\Delta t_{12}=t_1 =>$$

$$\Delta t_{12}=\frac{\upsilon+\upsilon_1}{2\upsilon}t_1.$$

Τέλος μέσω της (γ) η αρχική απόσταση των δύο τρένων ισούται με

$$(\gamma) \to d=\frac{(\upsilon+\upsilon_2)(\upsilon+\upsilon_1)}{2\upsilon}t_1=\frac{360\cdot 360}{680}6.8\mathrm{m} => \boxed{\boldsymbol{d}=\mathbf{1296m}}.$$

Γ3. Αν N_s είναι ο αριθμός των μεγίστων που εκπέμπει η συσκευή και N_1 ο αριθμός των μεγίστων που καταγράφει ο ανιχνευτής, τότε προφανώς $N_s=N_1$. Αλλά σύμφωνα με τον ορισμό της συχνότητας $f={}^{N}/_{\Delta t}$ έπεται ότι

$$f_s\Delta t_s=f_1\Delta t_1 => \Delta t_1=\frac{f_s}{f_1}\Delta t_s \quad (\varepsilon).$$

Σύμφωνα με το ερώτημα Γ1,

$$f_1=\frac{360}{320}\cdot\frac{360}{320}f_s=\frac{81}{64}f_s.$$

Άρα

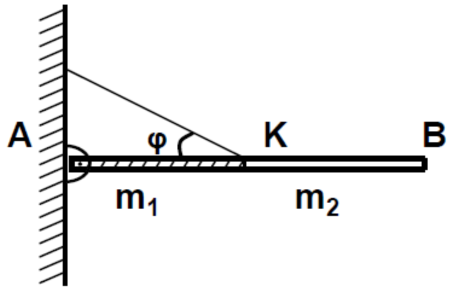
$$(\varepsilon) \to \Delta t_1=\frac{64}{81}\cdot 0.81\mathrm{sec}=0.64\mathrm{sec}.$$

Η συσκευή ανίχνευσης σταματά να καταγράφει τον ήχο στην χρονική στιγμή

$$t_2=t_1+\Delta t_1 => \boxed{\boldsymbol{t_2}=\mathbf{7.44sec}}.$$

ΘΕΜΑ Δ

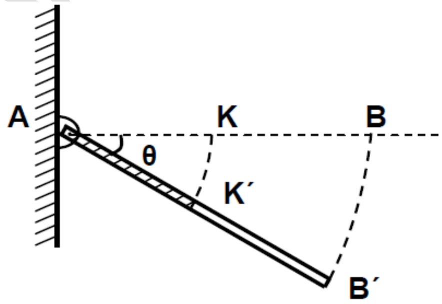
Μια ισοπαχής δοκός ΑΒ αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΑΚ και ΚΒ, μήκους $^L/_2$ το καθένα, με μάζες $m_1 = 5m_2$ και $m_2 = 0.5\text{Kg}$, αντίστοιχα. Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο Κ, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό ΑΒ μήκους $L = 1\text{m}$. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Α να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της Κ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία $\varphi = 30°$ με τη δοκό.



Δ1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α σε κατακόρυφο επίπεδο.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ, που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση ($0° \leq \theta < 90°$).



Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β΄ της ράβδου ($\upsilon_{B'}$) σε συνάρτηση με τη γωνία θ.

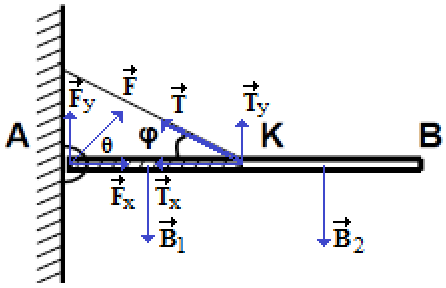
Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία $\theta = 30°$, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$ το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνονται:
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/sec^2}$
- η ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο στο μέσον της $I = \frac{1}{12}mL^2$
- $\eta\mu(30°) = {}^{1}/_{2}$, $\sigma\upsilon\nu(30°) = {}^{\sqrt{3}}/_{2}$

Απάντηση

Δ1. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για την μεταφορική και περιστροφική ισορροπία της ράβδου,



$$\sum F_x = 0 => F_x = T_x = T\sigma\upsilon\nu(\varphi) \quad (1),$$

$$\sum F_y = 0 => F_y + T_y = B_1 + B_2 => F_y + T\eta\mu(\varphi) = (m_1 + m_2)g \quad (2)$$

και

$$\sum \tau_A = 0 => B_1\frac{L}{4} + B_2\frac{3L}{4} = T_y\frac{L}{2} => \frac{m_1 + 3m_2}{4}g = \frac{1}{2}T\eta\mu(\varphi) \quad (3),$$

όπου θεωρήσαμε ως άξονα περιστροφής τον κάθετο, στο επίπεδο της σελίδας, άξονα ο οποίος διέρχεται από την άρθρωση Α.

Άρα

$$(3) \rightarrow \frac{m_1 + 3m_2}{4}g = \frac{1}{4}T => \boxed{\boldsymbol{T = 8m_2g = 40\mathrm{Nt}}}.$$

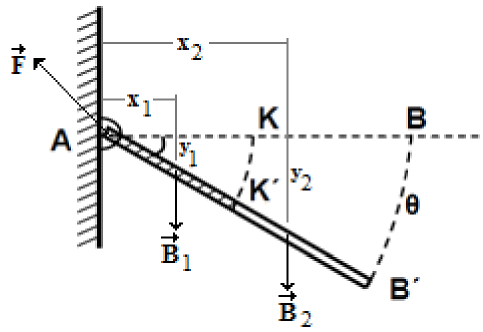
Επίσης

$$\left.\begin{array}{l}(1) \rightarrow F_x = 20\sqrt{3}Nt \\ (2) \rightarrow F_y = 6m_2g - T\eta\mu(\varphi) = 10Nt\end{array}\right\} => F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} => \boxed{\boldsymbol{F = 10\sqrt{13}\mathrm{Nt}}}$$

και

$$\boxed{\boldsymbol{\varepsilon\varphi(\theta) = \frac{F_y}{F_x} = \frac{1}{2\sqrt{3}}}}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από την άρθρωσή της Α:



$$\sum \tau_A = I_A \alpha_\gamma =>$$

$$m_1 g x_1 + m_2 g x_2 = I_A \alpha_\gamma \quad (4),$$

όπου σύμφωνα με το σχήμα

$$x_1 = \frac{L}{4}\sigma\upsilon\nu(\theta),$$

$$x_2 = \frac{3L}{4}\sigma\upsilon\nu(\theta).$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος υπολογίζεται μέσω του θεωρήματος Steiner, συγκεκριμένα

$$I_A = \left(\frac{1}{12}m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m_1\left(\frac{L}{4}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{12}m_2\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{3L}{4}\right)^2\right) =>$$

$$I_A = \left(\frac{5}{48} + \frac{5}{16} + \frac{1}{48} + \frac{9}{16}\right) m_2 L^2 => I_A = \frac{5+15+1+27}{48} m_2 L^2 = m_2 L^2.$$

Άρα

$$(4) \rightarrow 5m_2 g \frac{L}{4}\sigma\upsilon\nu(\theta) + m_2 g \frac{3L}{4}\sigma\upsilon\nu(\theta) = m_2 L^2 \alpha_\gamma =>$$

$$\boxed{\boldsymbol{\alpha_\gamma(\theta) = \frac{2g}{L}\,\sigma\upsilon\nu(\theta) = 20\sigma\upsilon\nu(\theta)}} \quad (\text{S.I.}).$$

Δ3. Αρχικά θα υπολογίσουμε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κιντικής της ενέργειας από την αρχική οριζόντια θέση έως την θέση που εικονίζεται στο σχήμα .

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \sum W => \frac{1}{2} I_A \omega^2 - 0 = m_1 g y_1 + m_2 g y_2,$$

όπου

$$y_1 = \frac{L}{4}\eta\mu(\theta), \qquad y_2 = \frac{3L}{4}\eta\mu(\theta).$$

Άρα

$$\frac{1}{2}m_2L^2\omega^2=\frac{5}{4}m_2gL\eta\mu(\theta)+\frac{3}{4}m_2gL\eta\mu(\theta)=>\omega(\theta)=\sqrt{\frac{4g}{L}\eta\mu(\theta)}\,.$$

Το άκρο της ράβδου εκτελεί κυκλική κίνηση με ακτίνα L, άρα έχει επιτρόχιο ταχύτητα

$$\upsilon_{B'}(\theta)=\omega(\theta)L=>\boxed{\boldsymbol{\upsilon_{B'}(\theta)=\sqrt{4gL\eta\mu(\theta)}=2\sqrt{10\eta\mu(\theta)}}}\quad(\mathrm{S.I.})$$

Δ4. Κατά την κρούση διατηρείται η στροφορμή του συστήματος ράβδου –υλικού σημείου, οπότε

$$L_{\pi\rho\iota\nu}=L_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}=>I_A\omega(30°)+0=I'_A\omega'=>\omega'=\frac{I_A}{I'_A}\omega(30°),$$

όπου

$$I'_A=I_A+m\left(\frac{L}{2}\right)^2=m_2L^2+\frac{1}{4}m_2L^2=\frac{5}{4}m_2L^2.$$

Άρα

$$\omega'=\frac{4}{5}\omega(30°)$$

Το ποσοστό απώλειας της ενέργειας κατά την κρούση ισούται με

$$n=\frac{K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}-K_{\pi\rho\iota\nu}}{K_{\pi\rho\iota\nu}}=\frac{\frac{1}{2}I'_A\omega'^2-\frac{1}{2}I_A\omega^2}{\frac{1}{2}I_A\omega^2}$$

$$=\frac{\frac{5}{4}m_2L^2\frac{16}{25}\omega^2(30°)-m_2L^2\omega^2(30°)}{m_2L^2\omega^2(30°)}=>$$

$$n=\frac{5}{4}\cdot\frac{16}{25}-1=-\frac{4}{20}$$

ή

$$\boxed{\boldsymbol{n=-20\%}}.$$

Επιμέλεια: Λέλης Χρήστος

[i] $\upsilon=\frac{dx}{dt}=A\omega\cos\left(\omega t+\frac{3\pi}{2}\right)=-A\omega\cos\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=A\omega\sin(\omega t),\Delta$