ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ
Α2. β
Α3. β
Α4. γ
Α5. α. Σωστό β. Λάθος γ. Λάθος δ. Σωστό ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

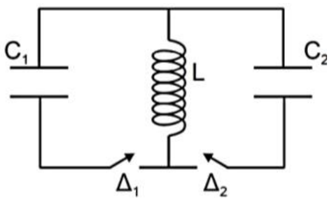
Β1. Σωστή απάντηση : α

Ακίνητη πηγή- κινούμενος παρατηρητής που πλησιάζει την πηγή: $f_A = \frac{\upsilon+\upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_1$ (1)

Όταν ο ήχος ανακλάται στο αυτοκίνητο ,θεωρούμε το αυτοκίνητο ως κινούμενη πηγή που πλησιάζει τον ακίνητο παρατηρητή οπότε: $f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_A} \cdot f_A$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε: $f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_A} \cdot \frac{\upsilon+\upsilon_A}{\upsilon} \cdot f_1 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\upsilon+\upsilon_A}{\upsilon-\upsilon_A} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\frac{11}{10}\upsilon}{\frac{9}{10}\upsilon} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{11}{9}$

Β2. Σωστή απάντηση : γ



Αρχικά: $Δ_1$ κλειστός, $Δ_2$ ανοιχτός

Είναι: $t_0 = 0$: $Q_{1_{max}} = Q, \ i = 0$

$$t_1 = \frac{7T_1}{4}: i = -I ημ ω_1 t_1 = -I ημ\left(\frac{2\pi}{T_1} \cdot \frac{7T_1}{4}\right) = -I ημ\frac{7\pi}{2} = I$$

Τελικά: $Δ_1$ ανοιχτός, $Δ_2$ κλειστός

Είναι: $t_0 = 0$: $q = Q, \ i = I$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε.:

$$\frac{1}{2}Li^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{q^2}{C_2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q_{2max}^2}{C_2}\Rightarrow\frac{1}{\cancel{2}}Li^2+\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{q^2}{C_2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q_{2max}^2}{C_2}\xRightarrow{I=\omega_1 Q}$$

$$L\omega_1^2Q^2+\frac{Q^2}{C_2}=\frac{Q_{2max}^2}{C_2}\xRightarrow{\omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC_1}}}L\frac{1}{C_1}Q^2+\frac{Q^2}{C_2}=\frac{Q_{2max}^2}{C_2}\xRightarrow{C_2=2C_1}$$

$$\frac{Q^2}{C_1}+\frac{Q^2}{2C_1}=\frac{Q_{2max}^2}{2C_1}\Rightarrow Q_{2max}^2=3Q^2\Rightarrow Q_{2max}=Q\sqrt{3}$$

Β3. Σωστή απάντηση : β

Είναι

$y_1=A\eta\mu\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$ και $y_2=\sqrt{3}A\eta\mu\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)$.

Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι:

$$A'=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cdot\sigma\upsilon\nu(\varphi_2-\varphi_1)}$$

$$=\sqrt{A^2+\left(\sqrt{3}A\right)^2+2A\cdot\sqrt{3}A\cdot\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=\sqrt{A^2+3A^2+2\sqrt{3}A^2\cdot\sigma\upsilon\nu\left(-\frac{\pi}{2}\right)}=\sqrt{4A^2}=2A$$

Για τις ενέργειες:

$$\left.\begin{aligned}E_1&=\frac{1}{2}DA^2\\E_2&=\frac{1}{2}D\left(\sqrt{3}A\right)^2=2\frac{1}{2}DA^2\\E_{o\lambda}&=\frac{1}{2}DA'^2=\frac{1}{2}D(2A)^2=4\frac{1}{2}DA^2\end{aligned}\right\}\Rightarrow E_{o\lambda}=E_1+E_2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στον δίσκο ασκούνται οι δυνάμεις του βάρους του $\vec{B}=m\vec{g}$, η δύναμη του ελατηρίου με μέτρο $F=k\Delta l$ όπου Δl η επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού μήκους, η κάθετη συνιστώσα της αντίδρασης $\vec{N}$ από την επαφή του δίσκου με το κεκλιμένο επίπεδο και η δύναμη της στατικής τριβής $\vec{T}$ στο σημείο επαφής δίσκου –κεκλιμένου επιπέδου. Αναλύουμε το βάρος σε μία συνιστώσα $B_x=Mg\eta\mu(\varphi)$ παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και μία συνιστώσα $B_y=Mg\sigma\upsilon\nu(\varphi)$ κάθετη σε αυτό.

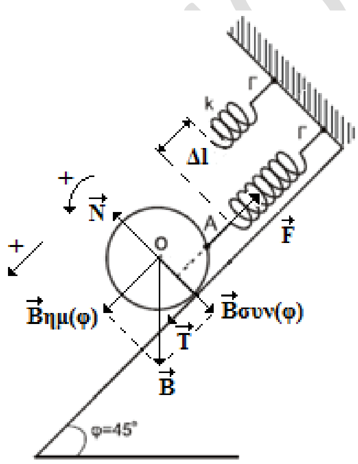
Η φορά της στατικής τριβής προκύπτει από την απαίτηση του ότι στην ισορροπία η συνισταμένη των ροπών ως προς το κέντρο μάζας Ο του δίσκου πρέπει να είναι μηδέν. Συνεκδοχικά, η ροπή της δύναμης του ελατηρίου πρέπει να είναι αντίθετη από την ροπή της στατικής τριβής, (οι ροπές των υπολοίπων δυνάμεων ως προς το Ο είναι μηδέν). Η μοναδική εκλογή της φοράς της στατικής τριβής είναι λοιπόν αυτή του σχήματος.

Θεωρούμε ως θετική φορά για τις δυνάμεις την κατεύθυνση της $\vec{B}_x$ και για τις ροπές την φορά της ροπή της δύναμης του ελατηρίου (δες σχήμα). Στην ισορροπία και σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Νεύτωνα:

$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = B_x + T \Rightarrow k\Delta l = Mg\eta\mu(\varphi) + T$ (1),

$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = B_y \Rightarrow N = Mg\sigma\upsilon\nu(\varphi)$ (2),

$\sum \tau_O = 0 \Rightarrow -TR + Fd = 0 \Rightarrow T = k\dfrac{\Delta l}{2}$ (3).



Η επιμήκυνση του ελατηρίου προκύπτει από τον συνδυασμό των εξισώσεων (1) και (3):

$$k\Delta l = Mg\eta\mu(\varphi) + k\frac{\Delta l}{2} \Rightarrow \Delta l = 2\frac{Mg}{k}\eta\mu(\varphi).$$

Αντικαθιστώντας έχουμε ότι

$$\Delta l = 2\frac{2\sqrt{2}Kg \cdot 10\dfrac{m}{sec^2}}{100\dfrac{Nt}{m}}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.1m.$$

Γ2. Η κατεύθυνση της στατικής τριβής έχει προσδιορισθεί στο ερώτημα (Γ1). Το μέτρο της στατικής τριβής προκύπτει με απ' ευθείας αντικατάσταση στην σχέση (3):

$$T = 100\frac{Nt}{m}\frac{0.1}{2}m \Rightarrow T = 5Nt.$$

Γ3. Κόβοντας το ελατήριο στη θέση Α μηδενίζεται η δύναμη του ελατηρίου. Για τις υπόλοιπες δυνάμεις στον δίσκο ισχύουν οι εξισώσεις του 2ου νόμου του Newton για την μεταφορά και την περιστροφή του, κατά μήκους του κεκλιμένου επιπέδου. Αν α_{cm} είναι το μέτρο της μεταφορικής και α_γ το μέτρο της περιστροφικής επιτάχυνσης του δίσκου, τότε σύμφωνα με την συνθήκη κύλισης χωρίς ολίσθηση, $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma R$ (4).

Επίσης εκλέγοντας ως θετική φορά των δυνάμεων και των ροπών αυτή της κίνησης:

$$\sum F_x = M\alpha_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu(\varphi) + T = M\alpha_{cm} \quad (5),$$

$$\sum \tau_O = I\alpha_\gamma \Rightarrow -TR = \frac{1}{2}MR^2\alpha_\gamma \overset{(4)}{\Rightarrow} T = -\frac{1}{2}M\alpha_{cm} \quad (6).$$

Το αρνητικό πρόσημο στην σχέση (6) δηλώνει ότι με την κατάργηση της δύναμης του ελατηρίου η φορά της στατικής τριβής αντιστρέφεται (αρνητική). Μέσω των εξισώσεων (5) και (6) προκύπτει η μεταφορική επιτάχυνση του στερεού:

$$Mg\eta\mu(\varphi) = \frac{3}{2}M\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2}{3}g\eta\mu(\varphi) = \frac{2}{3}10\frac{m}{sec^2}\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10\sqrt{2}}{3}\frac{m}{sec^2}.$$

Γ4. Ο δίσκος εκτελεί μεταφορικά ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με εξισώσεις,

$$x_{cm} = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \quad (7) \quad \text{και} \quad \upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t \quad (8).$$

Όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα $x_{cm} = s = 0.3\sqrt{2}m$ στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου έχουμε ότι

$$(7) \Rightarrow t_s = \sqrt{\frac{2s}{\alpha_{cm}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0.3\sqrt{2}}{\frac{10\sqrt{2}}{3}}}sec = \sqrt{\frac{18}{100}}sec = \frac{3\sqrt{2}}{10}sec$$

και

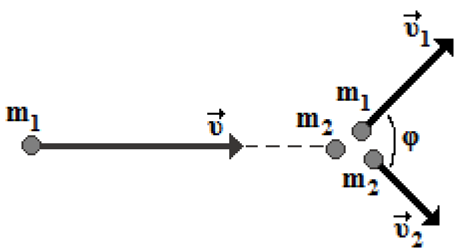
$$(8) \Rightarrow \upsilon_{cm} = \frac{10\sqrt{2}}{3}\frac{m}{sec^2}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{10}sec = 2\frac{m}{sec}.$$

Σύμφωνα με την συνθήκη κύλισης σε κάθε χρονική στιγμή $\upsilon_{cm} = \omega R$, οπότε η στροφορμή του δίσκου είναι τότε,

$$L = I\omega = \frac{1}{2}MR^2\frac{\upsilon_{cm}}{R} = \frac{1}{2}MR\upsilon_{cm} = \frac{1}{2}2\sqrt{2}Kg\cdot 0.1m\cdot 2\frac{m}{sec} \Rightarrow L = 0.2\sqrt{2}Kg\frac{m^2}{sec}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Κατά την ελαστική, μη κεντρική, κρούση των δύο σφαιρών (δες διπλανό σχήμα) διατηρείται το διάνυσμα της ολικής ορμής των δύο σωμάτων και η ολική κινητική ενέργεια.



Το διάνυσμα της αρχικής ορμής του συστήματος ισούται με

$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = m_1\vec{\upsilon} = m\vec{\upsilon}$ με μέτρο

$$P_{\alpha\rho\chi} = m\upsilon$$

Η τελική ορμή του συστήματος δίνεται από το διανυσματικό άθροισμα

$$\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2$$

με μέτρο $P_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{m^2\upsilon_1^2 + m^2\upsilon_2^2 + 2m^2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu(\varphi)}$.

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής,

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon = m\sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2} \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu(\varphi) \quad (1).$$

Σύμφωνα με τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας στην ελαστική κρούση,

$$K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 \quad (2).$$

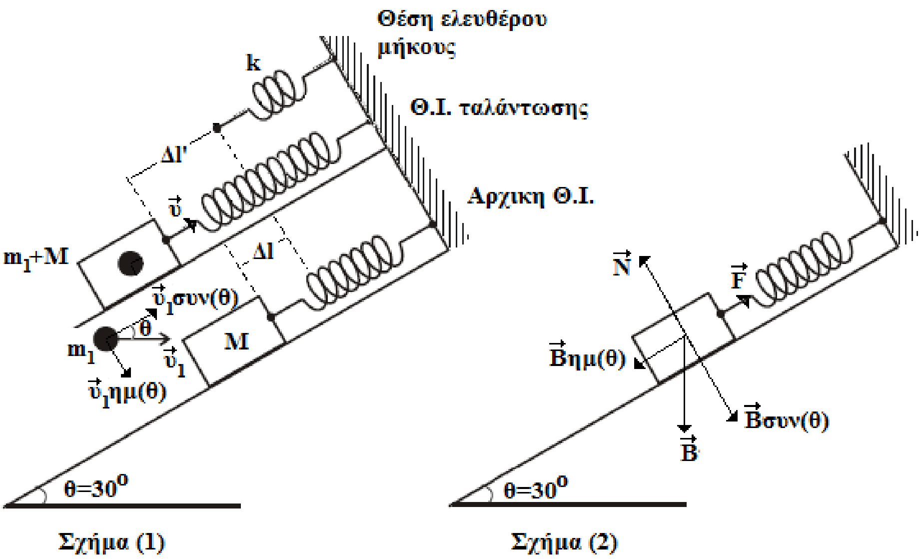
Εξισώνοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι

$$\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2\sigma\upsilon\nu(\varphi) \Rightarrow \sigma\upsilon\nu(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 90^o.$$

Δ2. Σύμφωνα με τη σχέση (2) και τα δεδομένα της εκφώνησης,

$$\upsilon^2 = \upsilon_1^2 + \frac{\upsilon_1^2}{3} = \frac{4}{3}\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{3}{4}}\upsilon = \sqrt{\frac{3}{4}}\frac{4}{3}\frac{m}{sec} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{m}{sec} \text{ και } \upsilon_2 = \frac{2}{3}\frac{m}{sec}.$$

Δ3.



Η πλαστική κρούση των δύο μαζών γίνεται στον άξονα του κεκλιμένου επιπέδου. Στον άξονα αυτόν διατηρείται, κατά την κρούση, η ορμή του συστήματος, οπότε σύμφωνα με το σχήμα (1),

$$m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu(\theta) = (m_1 + M)\upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + M}\sigma\upsilon\nu(\theta) = \frac{1Kg \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}\frac{m}{sec}}{4Kg}\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \upsilon = \frac{1}{4}\frac{m}{sec}.$$

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης χάνεται ενέργεια ΔK. Σύμφωνα με την διατήρηση της ενέργειας για το σύστημα και το περιβάλλον του, ακριβώς πριν και ακριβώς μετά τη κρούση,

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}(m_1+M)\upsilon^2 + \Delta K \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}\cdot 1Kg\cdot\frac{4\cdot 3}{9}\frac{m^2}{sec^2} - \frac{1}{2}\cdot 4Kg\cdot\frac{1}{16}\frac{m^2}{sec^2} \Rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{13}{24}Joule.$$

Δ4. Αρχικά μελετάμε την αρχική θέση ισορροπίας (σχήμα (1)) της μάζας M, πριν την κρούση όπου η επιμήκυνση του ελατηρίου συμβολίζεται με Δl. Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις που απεικονίζονται στο σχήμα (2), όπου $B = Mg$. Στον άξονα του κεκλιμένου επιπέδου, σύμφωνα με τον 1^o νόμο του Νεύτωνα,

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow Mg\eta\mu(\theta) = k\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{3Kg\cdot 10\frac{m}{sec^2}\cdot\frac{1}{2}}{100\frac{Nt}{m}} \Rightarrow \Delta l = \frac{15}{100}m = 15cm.$$

Στην συνέχεια μελετάμε την θέση ισορροπίας του συσσωματώματος (ταλάντωσης) για την οποία η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta l'$ (σχήμα (1)). Οι δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα είναι και πάλι αυτές του σχήματος (2), όπου τώρα $B = (m_1+M)g$. Άρα

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow (m_1+M)g\eta\mu(\theta) = k\Delta l' \Rightarrow \Delta l' = \frac{4Kg\cdot 10\frac{m}{sec^2}\cdot\frac{1}{2}}{100\frac{Nt}{m}} \Rightarrow \Delta l = \frac{20}{100}m = 20cm.$$

Η ταλάντωση του συσσωματώματος ξεκινά από την αρχική θέση ισορροπίας, αμέσως μετά την κρούση, όπου το συσσωμάτωμα απέχει από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση $x = \Delta l' - \Delta l = 5cm$, με ταχύτητα $\upsilon = \frac{1}{4}\frac{m}{sec}$ (σχήμα (1)). Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση την χρονική στιγμή που αυτή ξεκινά:

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+M)\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow A^2 = \frac{m_1+M}{k}\upsilon^2 + x^2.$$

Άρα

$$A^2 = \frac{4Kg}{100Nt/m}\frac{1}{16}\frac{m^2}{sec^2} + 25\cdot 10^{-4}m^2 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{2}}{20}m = 5\sqrt{2}cm.$$

<u>Επιμέλεια</u>: Γκιώνη Βασιλική